

### 3.自己準同形

線形空間の自己準同形を調べる. §3.1 では, 自己準同形の多項式への代入を考え, その最小多項式を定義する. 最小多項式は, 最小公倍式として計算できる. 自己準同形に対し, その固有値と固有空間を§3.2 で定義する. 自己準同形の固有値は, 最小多項式の根である.  $f$  の最小多項式が相異なる1次式の積に分解すれば,  $f$  は対角化可能であり, 固有空間への分解が得られる.

対角化可能でない自己準同形を調べるには, 固有空間では不十分なので, それを広げた一般固有空間を§3.3 で定義する.  $f$  の最小多項式が1次式の積に分解すれば,  $f$  は三角化可能であり, 一般固有空間分解があることを証明する. 三角化可能な自己準同形は, 対角化可能な部分と巾零部分の和である. §3.4 では, 巾零自己準同形をくわしく調べて, 三角化可能な自己準同形には, ジョルダン標準形とよばれる, 簡単な形の行列表示があることを証明する.

有限次元線形空間の自己準同形を調べるには, 固有多項式も重要である. その準備として, §3.5 で, 行列式の定義とその基本的性質を復習する. §3.6 では, 有限次元線形空間の自己準同形の固有多項式を, 行列表示によって定義する. ケイリー-ハミルトンの定理とよばれる, 最小多項式と固有多項式の関係を示す.

§3.7では, この章の内容の応用として, 漸化式をみたす数列と, 定数係数線形常微分方程式を調べる.