

最終講義

スピニングガラスと計算物性物理

東京大学物性研究所 高山 一

「†:このマークが付してある著作物は、第三者が有する著作物ですので、同著作物の再使用、同著作物の二次的著作物の創作等については、著作権者より直接使用許諾を得る必要があります。引用情報のない図版は、講演者の有する著作物の中から引用されたものです。」

東京大学物性研究所、2007年3月7日

第1部

「40年間の研究生生活を振り返って」

第2部

最終講義 「スピニンググラス」

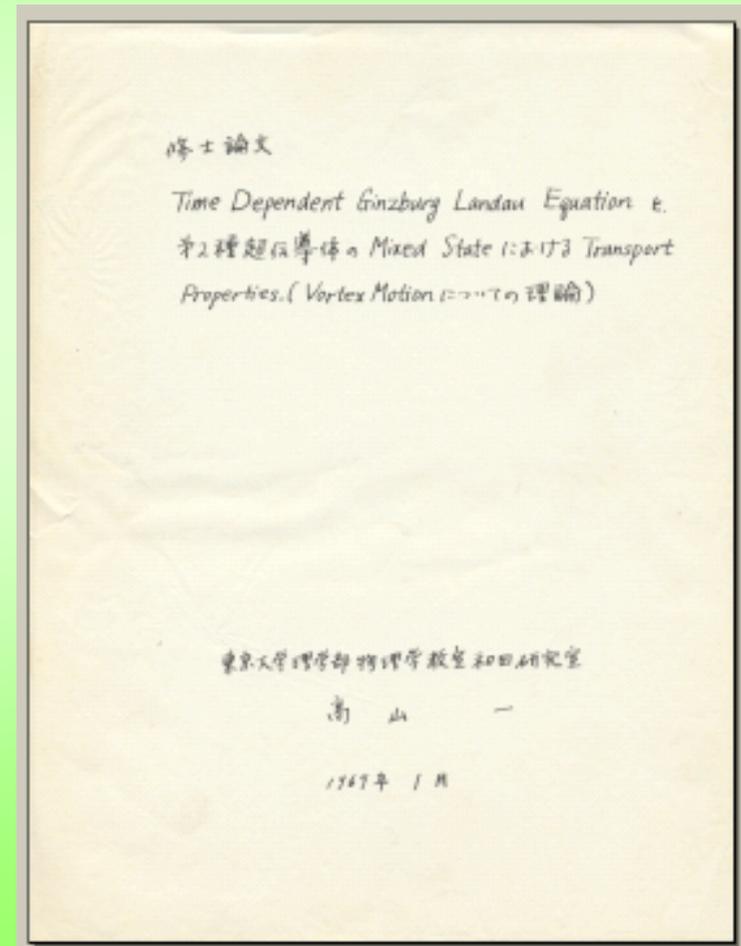
大学院時代(1967-1972)

和田靖先生研究室

「超伝導」と「グリーン関数」

修士課程

- 物理学論文選集153「超伝導」和田研輪講
- テキストの輪読
“*Methods of Quantum Field Theory in Statistical Mechanics*”, by Abrikosov, Gor'kov, and Dzyaloshinski



修士論文

博士課程

- D1の秋、**真木和美先生研究室** (当時東北大学)へ内地留学
 - 第2種超伝導体における輸送現象
 - 超伝導相転移に伴う臨界現象

- 博士論文

*“Theory of Critical Phenomena in Superconductors
– Quantum Field Theoretical Approach –”*

December 1971

- 大学院時代の計算物性物理

超伝導強結合理論(Eliashberg方程式)の数値解法

ドイツ時代(1972-1975)

Institute Laue-Langevin (München, Sep.'72 – Mar.'74)

Max-Planck-Institut für Festkörperforschung (Stuttgart, Apr.'74 – Mar.'75)

Prof. Peter Fulde グループ

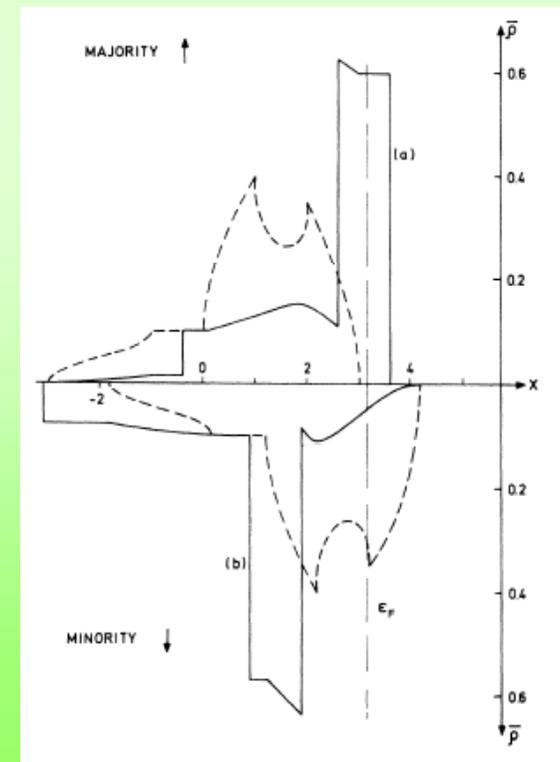
- ・ 電子・フォノン系における不純物効果

不純物による電子の非弾性散乱(不純物
サイトでのフォノンの生成・消滅)の効果
→ 電気抵抗極小(ただし、微弱強度)

- ・ 強磁性遷移金属(Ni)の表面磁性

HF近似、表面状態・バルク状態

Reprinted with permission from
H. Takayama, K. Baker and P. Fulde, Phys. Rev. B 10, 2022-2033 (1974)
Copyright (1974) by the American Physical Society. †



北大時代(1975-1984)

青字:計算物性物理が主要な研究

- スピングラス (→ 第2部)

和田宏氏、高瀬精一氏、根本幸児、白倉孝行

- 1次元ソリトン系の量子統計力学*
- ポリアセチレン中のソリトン

真木和美先生研究室(Univ. Southern California)への海外研修(79-80)

* 岡本幸雄氏、石川正勝氏、佐藤元

- [• フラストレート磁性体
(三角格子イジング模型)]

和田宏氏、松本和幸

- CDW系の非線形電気伝導現象

松川宏

1次元ソリトン系の量子統計力学

1次元 sine-Gordon系(非線形可積分系)の場の量子論

Dashen-Hasslacher-Neveu (1974); Coleman (1977)

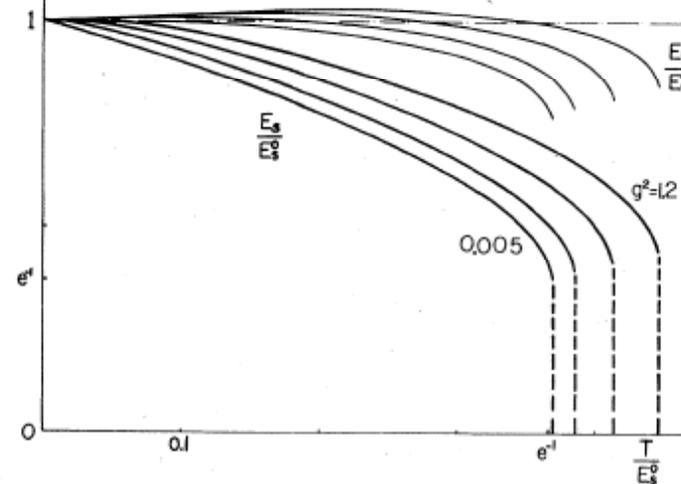
量子ゆらぎの繰り込み

Extended object (ソリトン他)の取扱

分配関数の計算に適用して

→ 同系の量子統計力学

ソリトンエネルギー E_s 、
慣性質量 E_I の温度依存性



• 他の可積分系の量子統計力学

戸田格子模型、1次元斥カボース系

石川正勝氏との共同研究

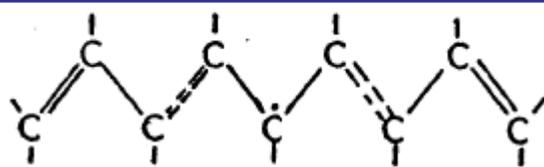
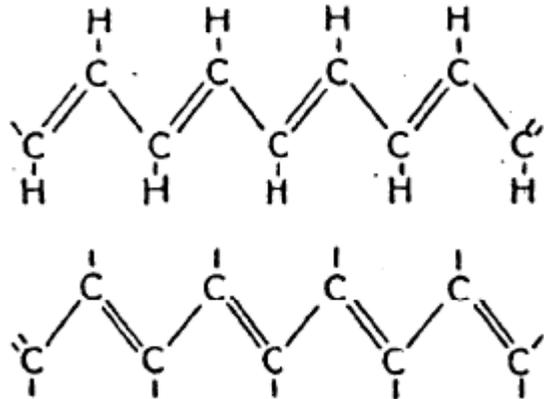
Reprinted with permission from
K.Maki and H.Takayama, Phys. Rev. B 20, 3223-3232 (1979)
Copyright (1979) by the American Physical Society. †

ポリアセチレン中のソリトン

- 低次元導体の物性物理

TTF-TCNQ、...、ポリアセチレン

C原子1個あたり1個の π 電子
2原子分子化(2倍周期のCDW)

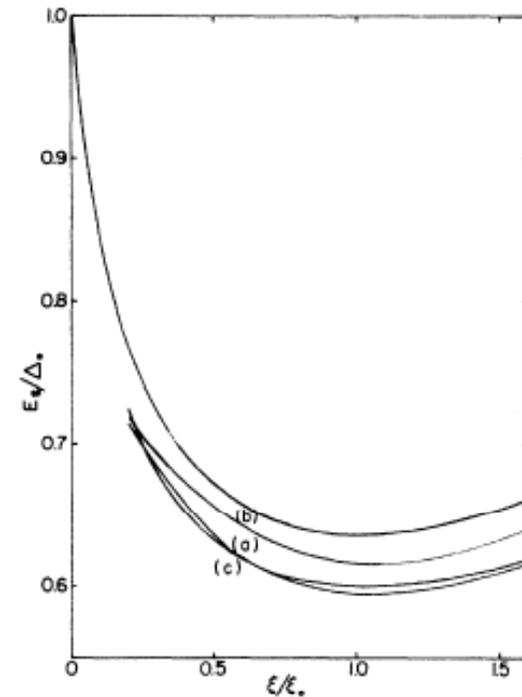


境界に荷電0 スピン1/2
(荷電-1 スピン0)
のソリトンが生じる

USCでHeeger氏のセミナー

Su-Schrieffer-Heeger ('79) のソリトン理論

離散格子模型 \rightarrow 格子変位を連続的な場



Reprinted with permission from
H.Takayama, Y.R.Lin-Liu, and K.Maki, Phys. Rev. B 21, pp.2388-2393 (1980)
Copyright (1980) by the American Physical Society. †

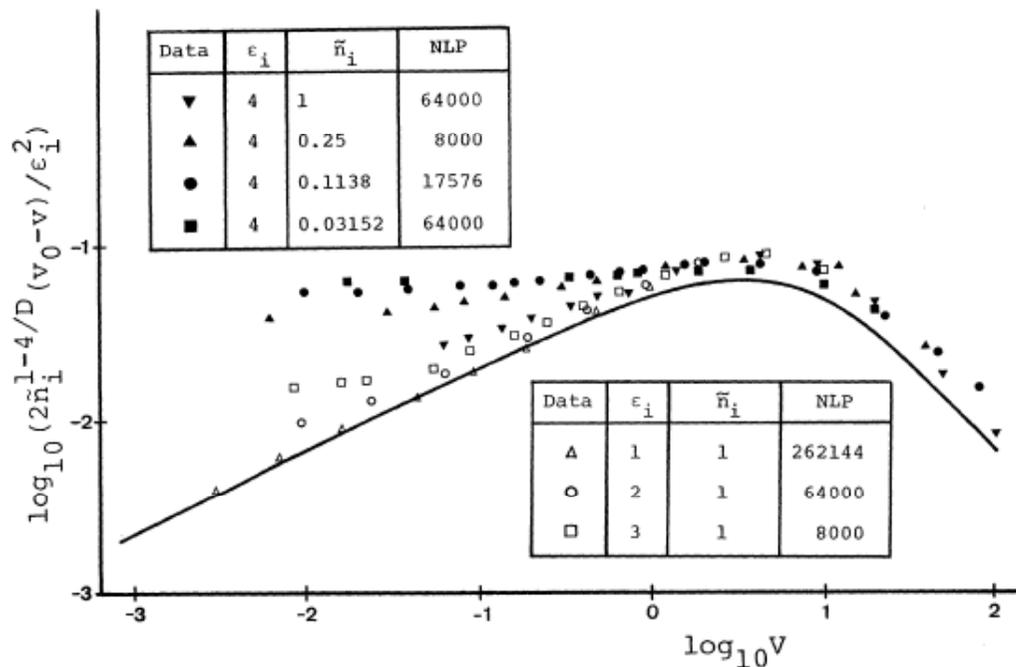
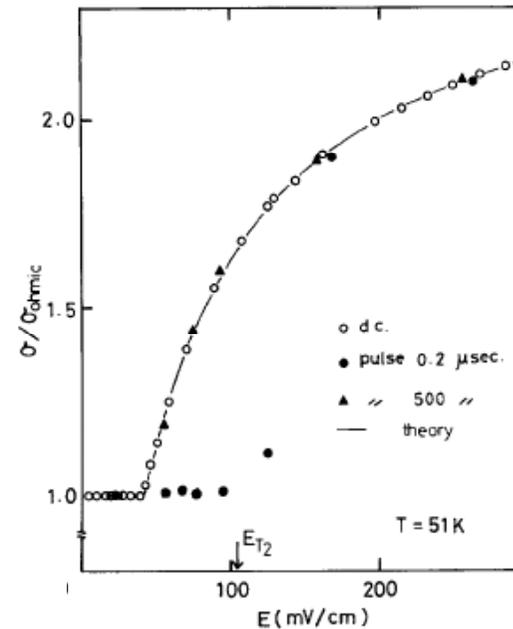
CDW系の非線形電気伝導現象

- CDW(電荷密度波)の形成

電子・格子相互作用
フェルミ面のネスティング

- IC-CDWの不純物によるピンニングと電場によるそのディピンニング

福山-Lee-Rice 模型による解析
松川宏との共同研究



実験: 三本木研究室との研究交流

This article was published in
M. Oda and M. Ido, Solid State Commun. 50, 879 (1984),
Copyright Elsevier (1984). †

H. Matsukawa and HT: JPSJ 56 (1987) 601 †

京大基研時代(1984-1989)

- スピングラス

根本幸児

- CDW系

松川宏、宮下崇

有限温度でのCDWダイナミクス

第1回西宮-湯川記念シンポジウム('86)

“Recent Topics in Theoretical Physics”

YKIS(湯川国際シンポジウム)1988

“Cooperative Dynamics

in Complex Physical Systems”

筑波大時代(1989-1995)

- スピングラス

根本幸児、西村耕二、福島孝治、吉野元、小森達雄

- 高分子のゲル中電気泳動

相川明と勉強

文部省重点領域研究('91-'94)

“Computational Physics as a New Frontier in Condensed Matter Research”

物性研時代(1995-2007)

- スピングラス

福島孝治、L. W. Bernardi、松本光弘、P. E. Jönsson、
佐々木志剛

- 量子スピン系

藤堂眞治、佐藤倫彦、加藤清、松本宗久、安田千寿、
荒川隆行

- DNA(荷電)高分子のゲル中電気泳動

我妻竜三

- 磁気双極子系(ナノ磁性)

富田裕介、菅野量子、
松下勝義、黒田明義、箭内俊介

量子スピン系. I

- 連続虚時間ループアルゴリズム量子モンテカルロ法 (藤堂)

- 世界線量子モンテカルロ法

Suzuki-Trotter 公式

エルゴード性など、様々な困難

- ループアルゴリズム: Evertz 1993

世界線配位を「ループ」に分解し、
大局的な更新、エルゴード的

- 連続虚時間ループアルゴリズム:

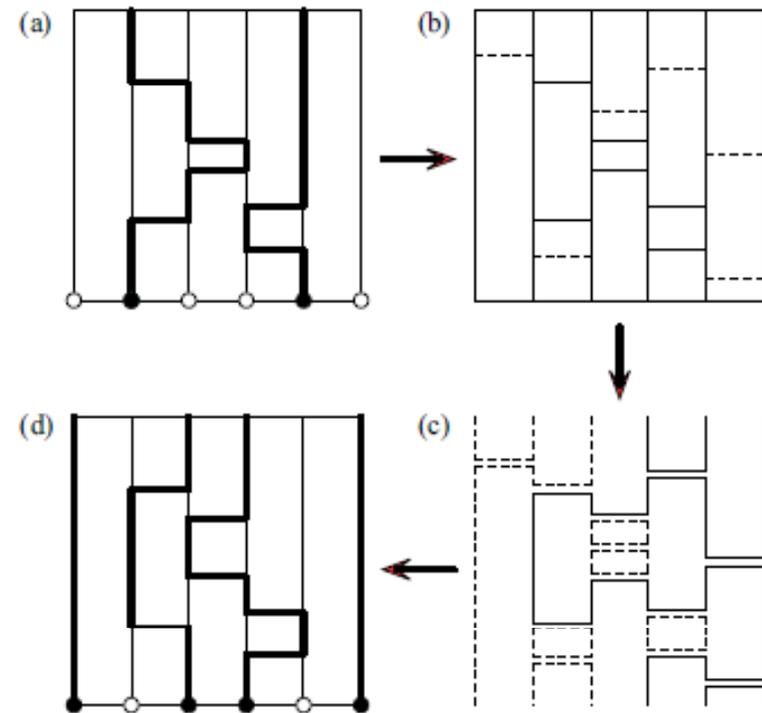
Beard-Wiese 1996

一般のスピン量子数 S への拡張

ソフトウェア “*Looper*” の構築

超並列計算機における並列化

「次世代スパコン」プロジェクト



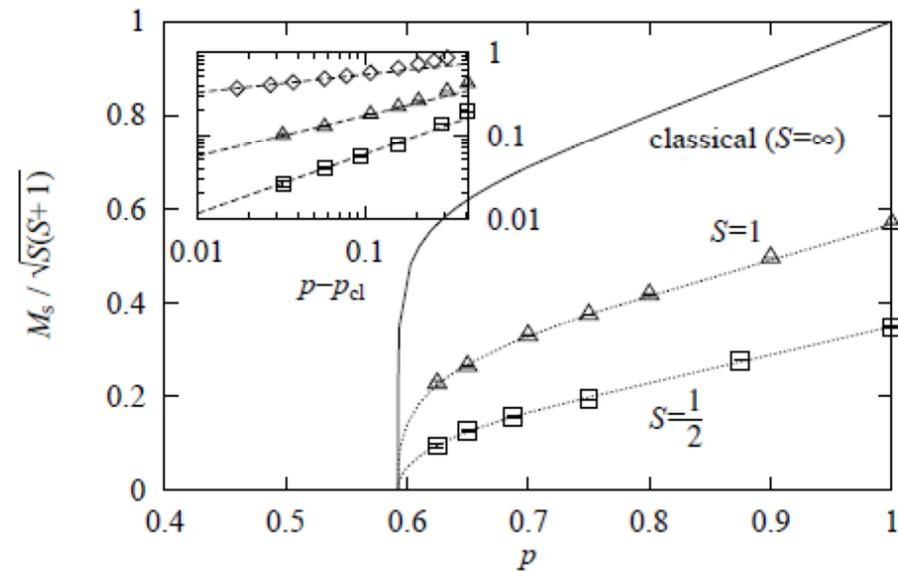
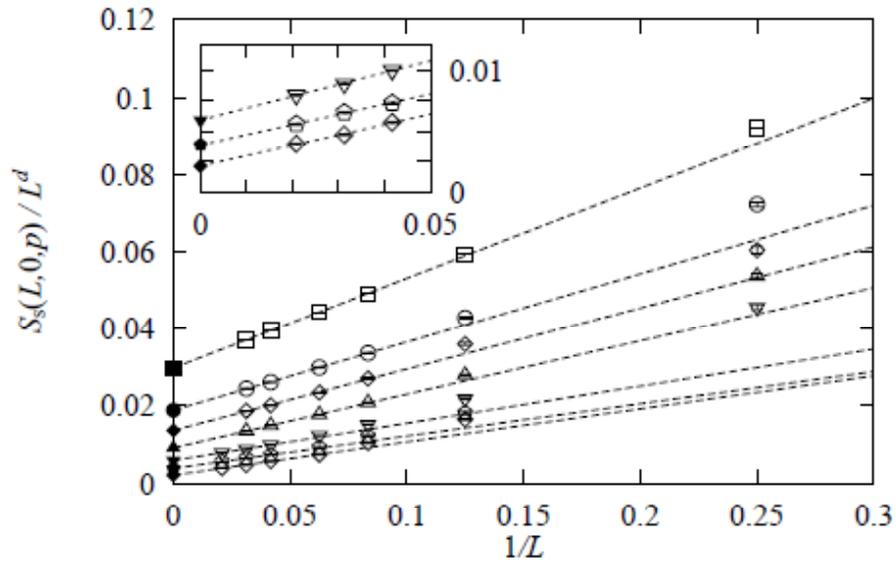
物性研スパコン共同利用
活動報告(2000)・巻頭論文

量子スピン系. II

- 希釈ハイゼンベルグ反強磁性体(HAF)の臨界濃度近傍の量子ゆらぎ効果
臨界(パーコレーション)濃度は古典スピン系とずれるか？

2DHAF

$$M_s^2(p) = \lim_{L \rightarrow \infty} \lim_{T \rightarrow 0} \frac{3S_s(L, T, p)}{L^d}$$



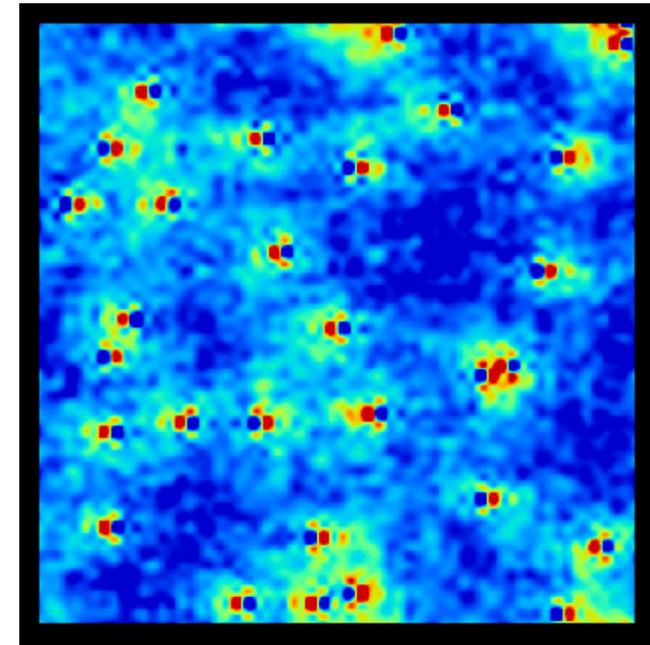
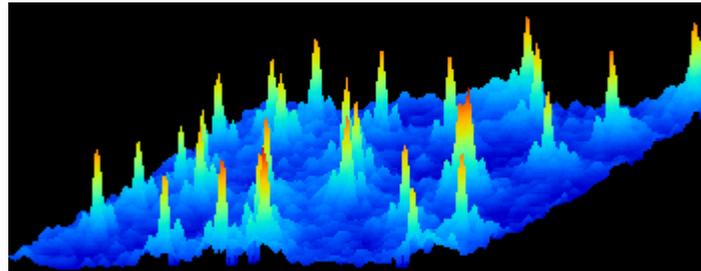
「ずれない」

Reprinted with permission from
 K.Kato, S.Todo, K.Harada, N.Kawashima, S.Miyashita, and H.Takayama, Phys. Rev. Lett. 84 4204-4207 (2000), Copyright (2000) by the American Physical Society. †

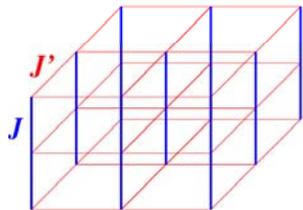
量子スピン系. III

- 非磁性不純物誘起反強磁性秩序

量子効果の強いHAFでは、基底状態でモーメントが消失している。これを不純物で希釈するとAF秩序が出現する



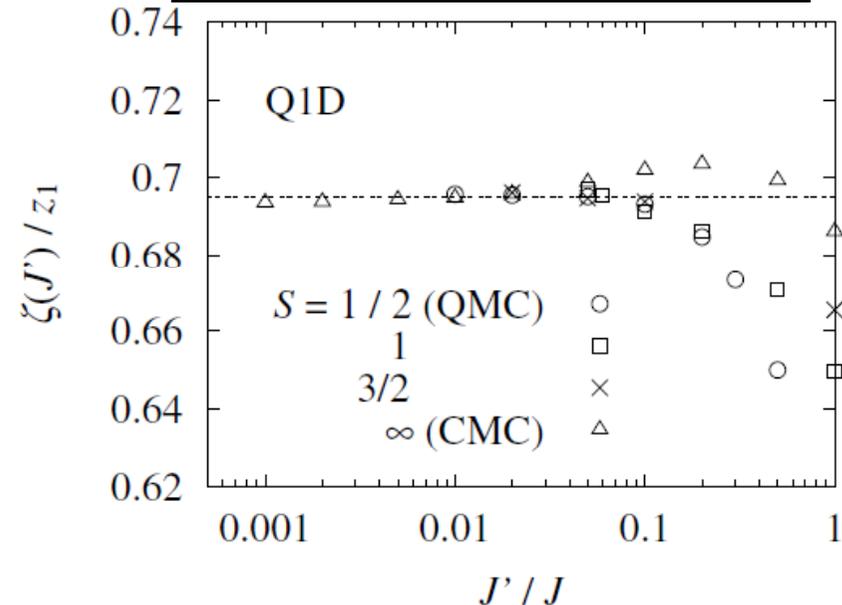
- 擬低次元AFHの転移(ネール)温度



RAP

$$\chi_{3D}^s(T) = \frac{\chi_{iD}^s(T)}{1 - z_j J' \chi_{iD}^s(T)}$$

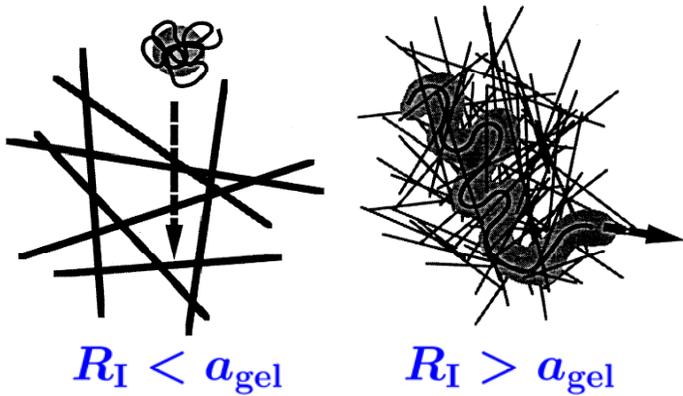
⊗



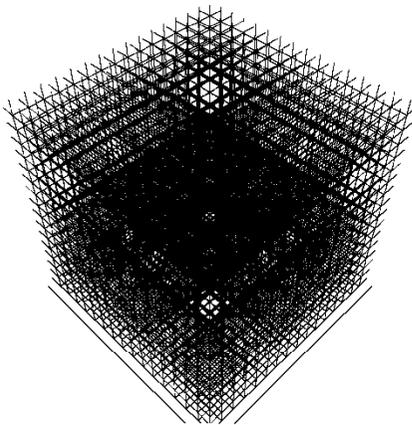
Reprinted with permission from
 C.Yasuda, S.Todo, K.Hukushima, F.Alet, M.Keller, M.Troyer, and
 H.Takayama, Phys. Rev. Lett. 94, 217201 (2005)
 Copyright (2005) by the American Physical Society. ‡

DNA(荷電) 高分子のゲル中電気泳動

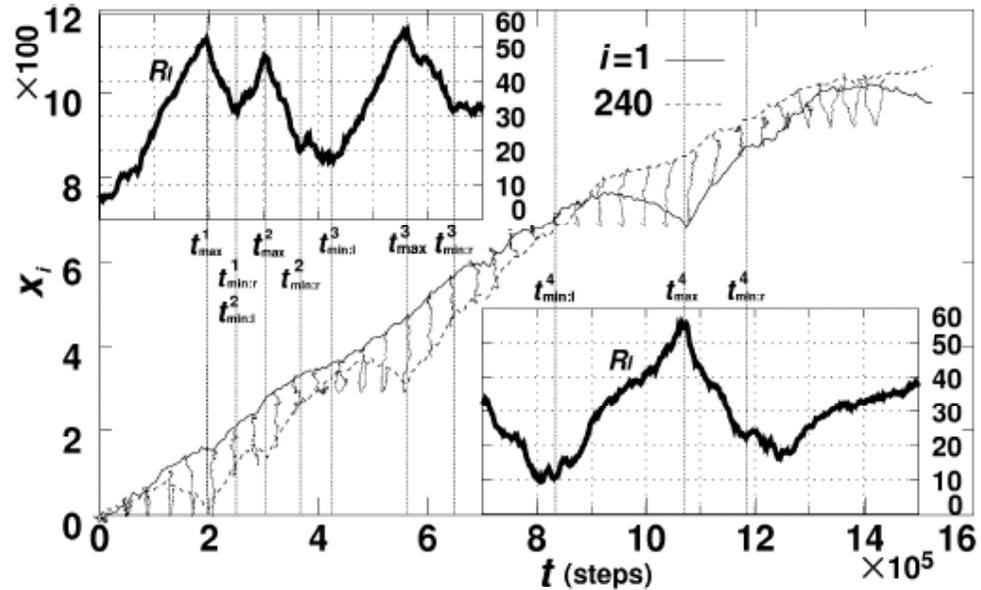
- Sieving – Biased Reptation 運動



モノマー鎖

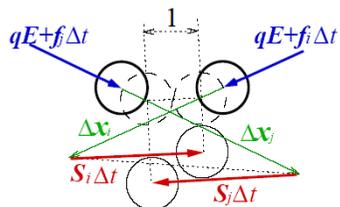


高分子の伸張・収縮の準周期運動



Reprinted with permission from
R.Azuma and H.Takayama, J. Chem. Phys. 117, 6863 (2002).
Copyright (2002), American Institute of Physics. †

1 高分子に存在するエントロピー起因の 弾性力の微視的模型からの検証

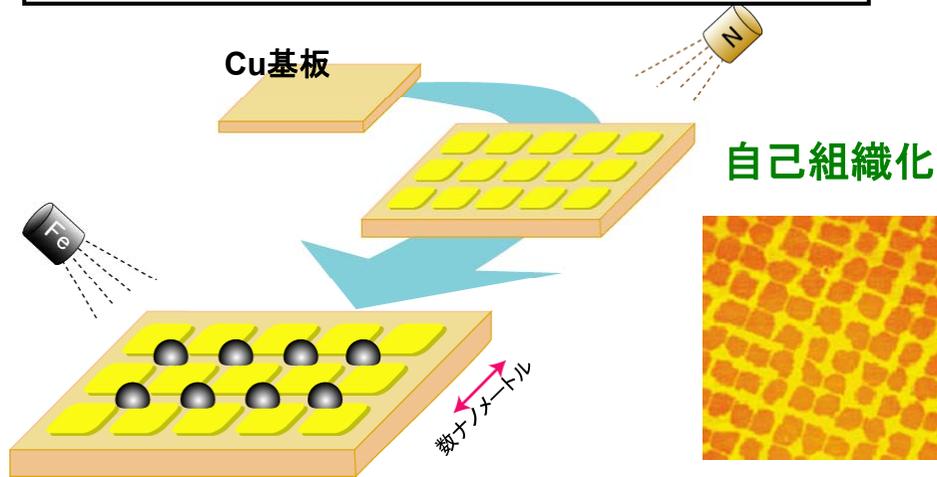


排除体積効果

有限温度MD計算

磁気双極子系の磁性

「NAREGI・次世代スパコン」プロジェクト



走査トンネル顕微鏡像
(物性研小森グループ)

磁性 (Fe) ナノ粒子配列

magnetic energies

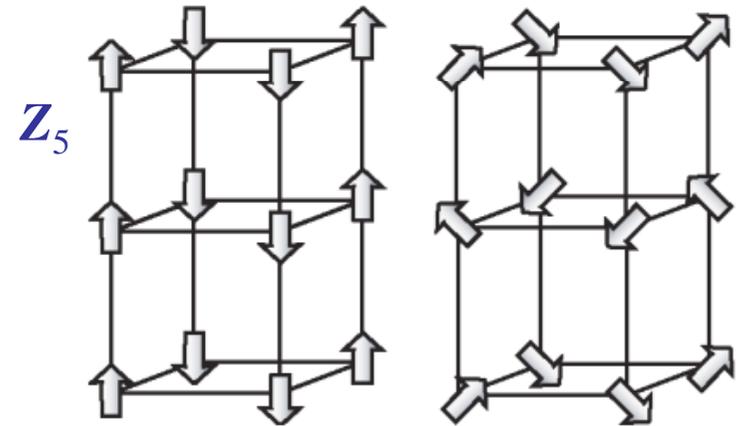
$$= \text{exchange} + \text{dipole-dipole} + \text{anisotropy}$$

磁気双極子間相互作用

$$H = \frac{g}{2} \sum_{i < j} \left[\frac{\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j}{r_{ij}^3} - 3 \frac{(\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{S}_i)(\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{S}_j)}{r_{ij}^5} \right]$$

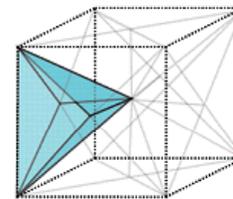
実空間とスピン空間が
カップルした磁気異方性

バルク立方晶

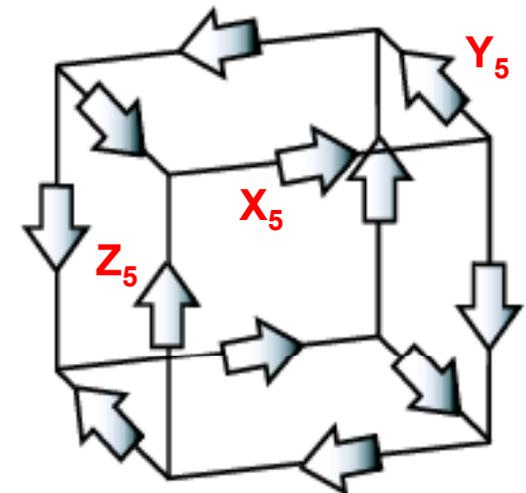


Luttinger-Tisza 基底状態 (連続縮退)

有限サイズ立方体



マルチドメイン状態

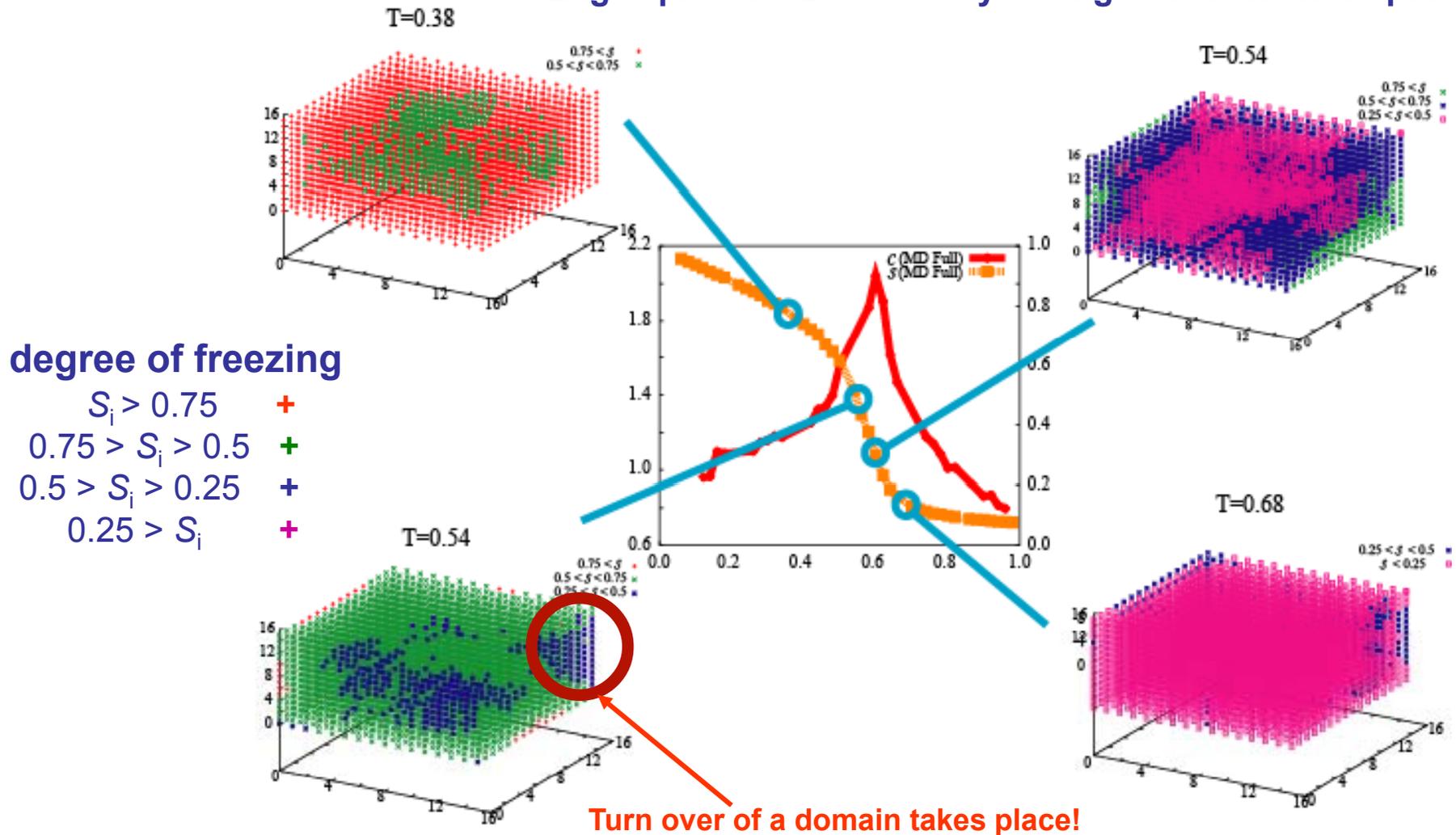


K.Matsushita, R.sugano, A.Kurode,
Y.Tomita, and HT JPSJ 74 (2005) 2651 †

磁気双極子系の磁性. II

From-edge-to-interior Freezing

Edge spins freeze relatively stronger than interior spins!



第2部

最終講義 「スピニングラス」



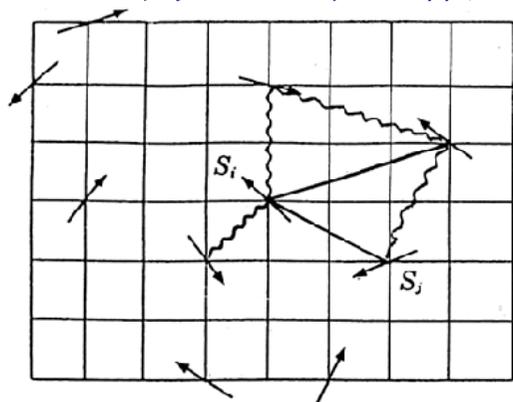
- スピニングラス平均場理論
- 現実のスピニングラス現象の理解
高山(研究室)の研究

スピングラス (SG) 研究の発端

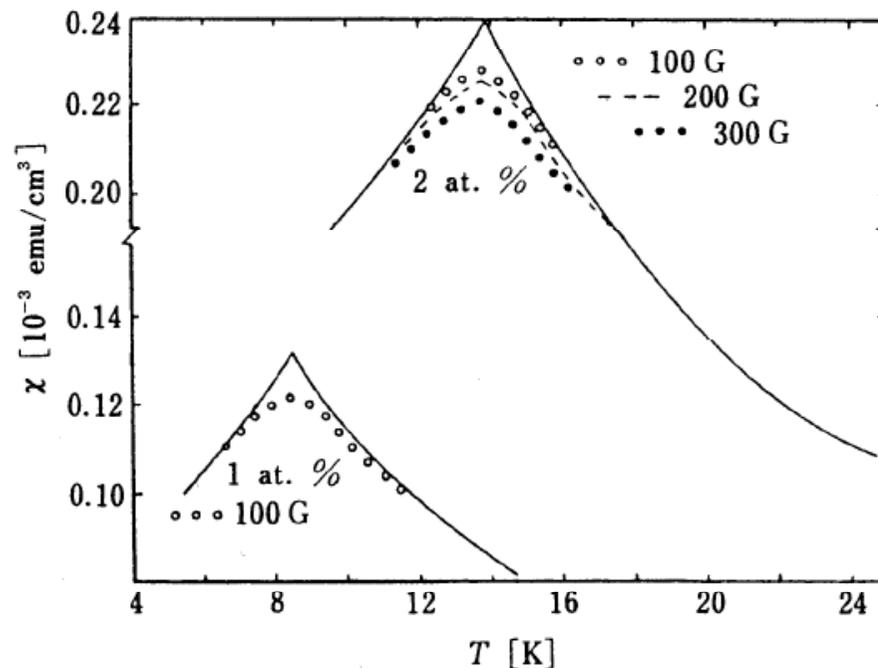
- 希薄磁性合金 AuFe の線形 (交流) 磁化率 χ のカスプ

Cannella - Mydosh ('72)

スピン間RKKY相互作用



文献[1]



文献[1]

強磁性相互作用と反強磁性相互作用がランダムに混在する磁性体の協力現象

Reprinted with permission from
V. Cannella and J.A. Mydosh, Phys. Rev. B 6, 4220 (1972)
Copyright (1972) by the American Physical Society. †

Edwards - Anderson ('75)

私のSG研究の発端
Mydosh's seminar
in TU München in '72

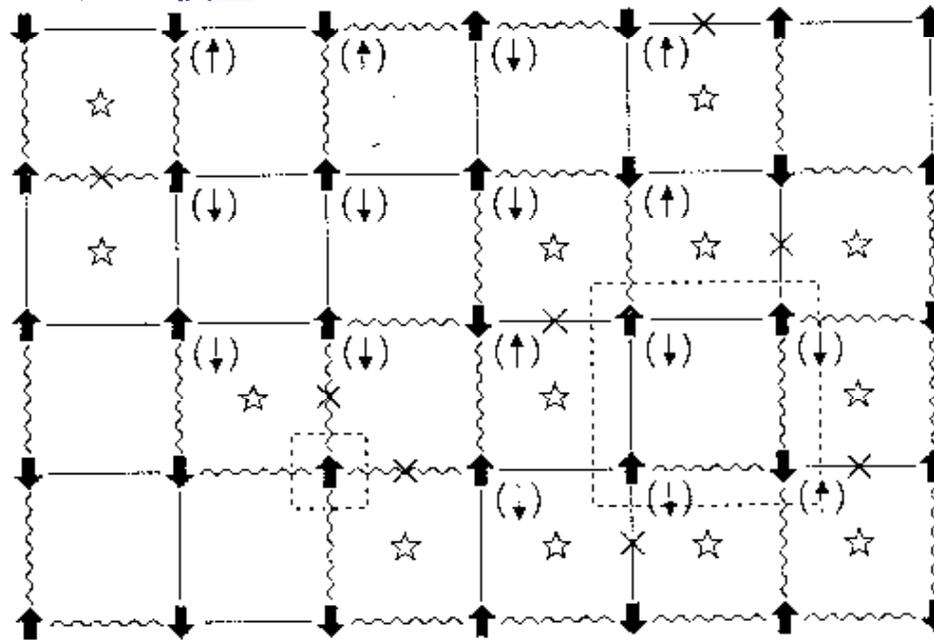
Edwards-Anderson (EA) 理論. I

- (イジング) EA模型 $H = - \sum_{n.n.} J_{ij} S_i S_j$ ($S_i = \pm 1$)

J_{ij} : ランダム短距離型相互作用 $J_{ij} > 0$: 強磁性的
or $J_{ij} < 0$: 反強磁性的

[ガウス分布、
±J分布]

±J イジングEA模型



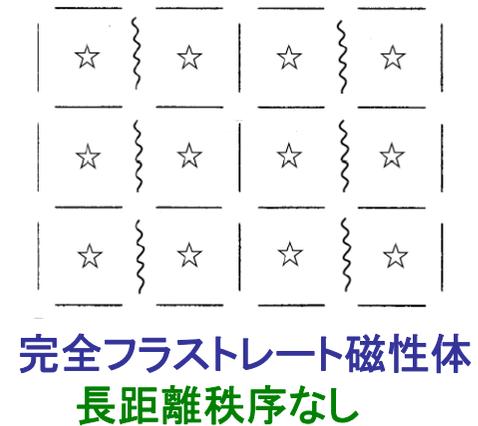
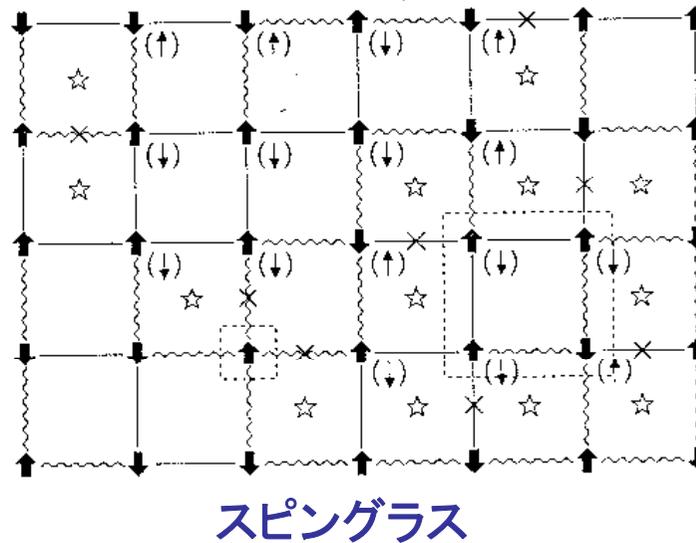
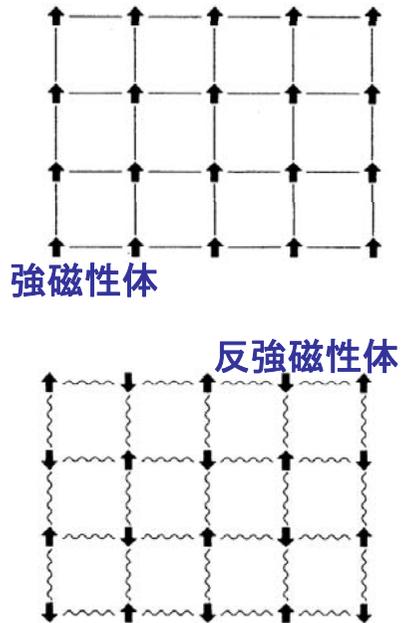
文献[1]

- フラストレーション(相互作用の競合)

アチラを立てればコチラが立たず

EA理論. II

- フラストレーションがランダムに分布



- **スピングラス秩序**: 各スピンのランダムな向きに凍結 $\langle S_i \rangle_T \neq 0$

$$m = N^{-1} \sum_i \langle S_i \rangle_T = 0$$

$$q = N^{-1} \sum_i \langle S_i \rangle_T^2 > 0 : \text{EAのSG秩序変数}$$

熱平均値

$$\langle S_i \rangle_T \neq 0$$

EA理論. III レプリカ法

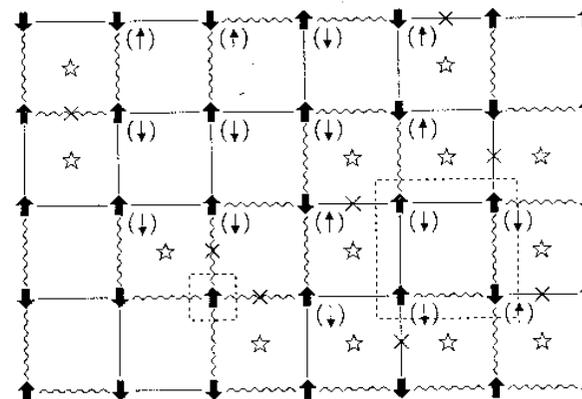
- 1個のスピングラス

↔ 1組の $\{J_{ij}\}$ (\equiv 「サンプル」)

個々のサンプルの統計平均、分配関数

$$Z_J = \text{Tr}_{\{S_i\}} \exp(\beta \sum_{\text{n.n.}} J_{ij} S_i S_j)$$

は解析的に処理できない!



- サンプルの統計平均をとる前に、ランダム変数 $\{J_{ij}\}$ の平均を行う。

- 熱力学量の自己平均性 (self-averaging)

自由エネルギー:

$$F_J = \langle F_J \rangle_J = -T \langle \ln Z_J \rangle_J$$

← サンプル平均

- $\langle \ln Z_J \rangle_J$ に恒等式、 $\ln x = \lim_{n \rightarrow 0} [n^{-1} (x^n - 1)]$ 、を適用、

$\{J_{ij}\}$ が平均値0、分散 J のガウス分布の場合、 $\langle Z_J^n \rangle_J$ は評価でき、問題は

$$\langle Z_J^n \rangle_T = \text{Tr}_{\{S_i^a\}} \exp\left[\sum_{a,b=1}^n \sum_{\text{n.n.}} \frac{\beta^2 J^2}{2z} (S_i^a S_j^a)(S_i^b S_j^b)\right]$$

が有効分配関数となる、 n 個のレプリカ(複製)スピ系(相互作用にランダムさが
ない、解析的な処理の可能性のある均一系)の問題に帰着 ($\beta = 1/T$, z : 配位数)

スピングラス平均場理論. I

- SG平均場模型: 全てのスピン対間に同等な $\{J_{ij}\}$ が存在する模型
平均場近似が厳密解を与える模型

Sherrington – Kirkpatrick ('75, '78)

- 対応するレプリカスピン系の平均場有効ハミルトニアン

$$\mathcal{H}_n^{\text{eff}} \{S^a\} = -\beta J^2 \sum_{\langle ab \rangle} Q_{ab} S^a S^b$$

- 空間のサイト i, j に依存しない
- レプリカの指数 a, b の置換に対して不変

- 平均場セルフコンシステント方程式

$$Q_{ab} = \langle S^a S^b \rangle_{\mathcal{H}}$$

- EAの秩序変数

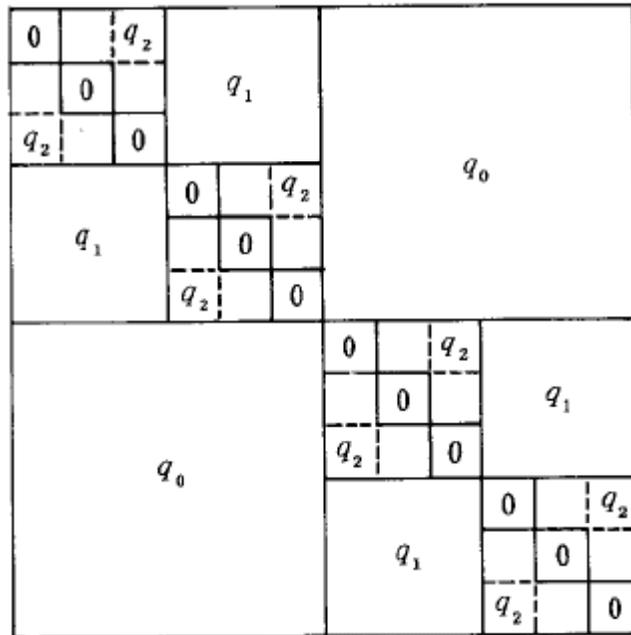
$$q = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{2}{n(n-1)} \sum_{\langle ab \rangle} Q_{ab}$$

解 Q_{ab} : ab の組に依存しない : レプリカ対称 (RS) 解
依存する : レプリカ非対称 (RSB) 解

ハミルトニアン
のもつ対称性
の自発的破れ

SG平均場理論. II パリジのRSB解

• $Q_{ab} =$



Parisi ('80)

入れ子構造!

$$q = \int_0^1 dx Q(x)$$

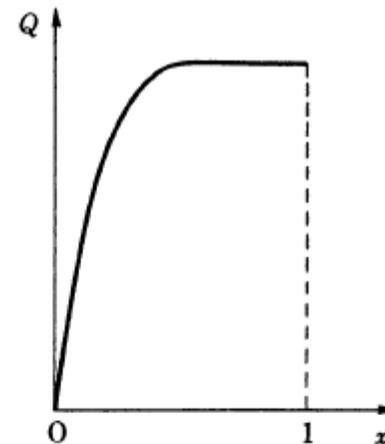
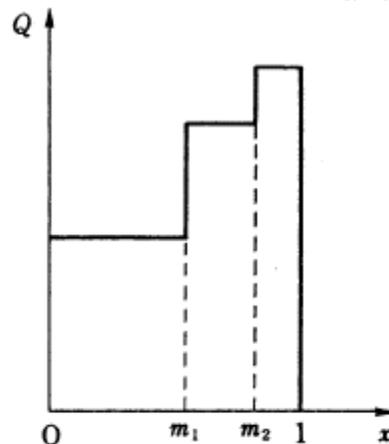
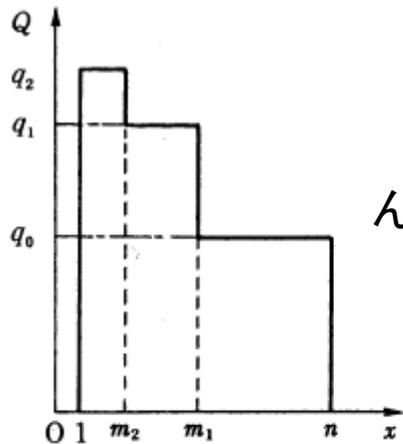
秩序変数関数

パリジ方程式で無撞着に決まる

SG秩序を記述するためには
無限個のパラメータが必要!

$n \rightarrow 0$

連続関数化



SG平均場理論. III TAPの方法

Thouless, Anderson and Palmer ('77)

- TAP自由エネルギー $F_{\text{TAP}}\{m_i\}$ とTAP方程式

1個のサンプル(1組の $\{J_{ij}\}$)の各サイトの磁化 $\{m_i = \langle S_i \rangle_T\}$ のセルフコンシ
 ステント平均場方程式: 外部磁場

$$m_i = \tanh\{\beta[h_i + \sum_j J_{ij} m_j - \beta m_i \sum_j J_{ij}^2 (1 - m_j^2)]\} : \frac{\partial F_{\text{TAP}}\{m_i\}}{\partial m_i} = 0$$

$$\approx \beta \sum_j J_{ij} m_j - \beta^2 \sum_j J_{ij}^2 m_i + \beta h_i + \dots$$

- J_{ij} 行列の固有モードによる解析

$$\sum_j J_{ij} \langle j|\lambda \rangle = J_\lambda \langle i|\lambda \rangle$$

$$m_\lambda = \sum_i m_i \langle i|\lambda \rangle, h_\lambda = \sum_i h_i \langle i|\lambda \rangle$$

$$m_\lambda \approx \frac{1}{T - J_\lambda} h_\lambda$$

$T = J_\lambda$ で最大固有値 J_λ の磁化パターンが自発的に ($h_\lambda = 0$ でも)出現

J_{ij} : ガウシヤンランダム行列
 平均 0, 2乗分散 J^2/N

$$-2J \leq J_\lambda \leq 2J \equiv J_\Lambda \text{ (半円則分布)}$$

$$m_\Lambda \approx \frac{1}{(T - J)^2} h_\Lambda$$

平均場SG模型の相転移

$T = T_c = J$ (レプリカ解と一致)
 で Λ モード磁化秩序の自発的出現

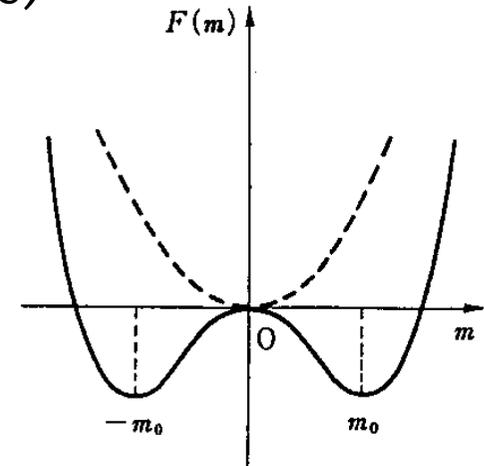
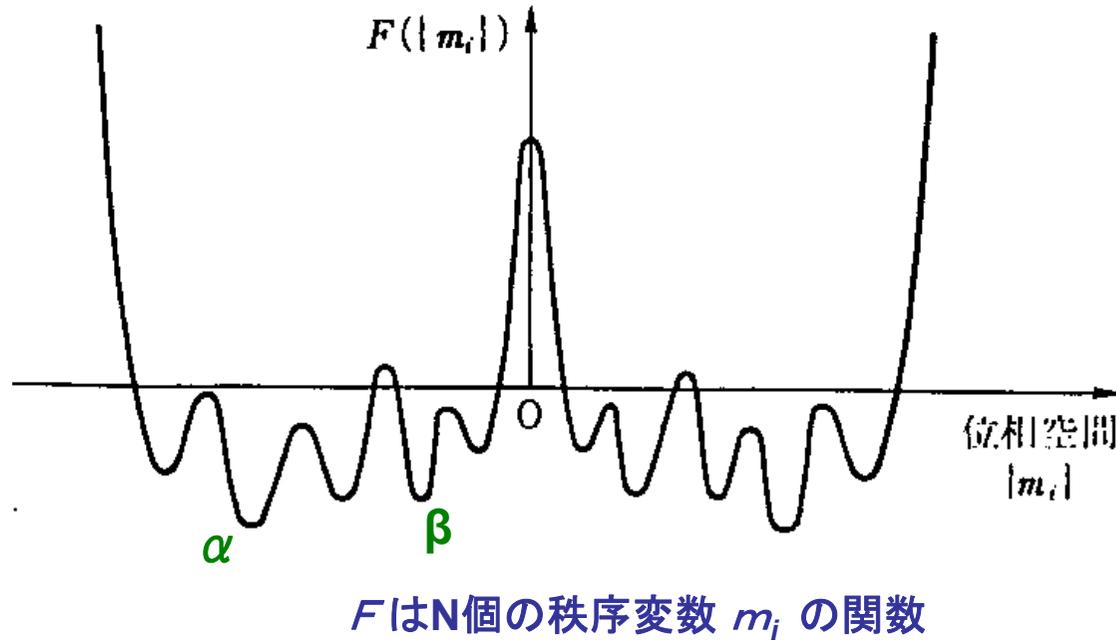
SG平均場理論. IV

- SG相のマージナル安定性(平衡状態の連続分岐)

J_λ の半円則分布 \implies 温度の降下に伴って異なる λ モード状態が出現

SG平均場理論. V

- 自由エネルギー多谷構造(Free-energy Landscape)



通常の強磁性状態
 F は秩序変数 m の関数

- パリジのRSB解とTAPの多重解

2つのTAP解の磁化パターンの重なり
の値が0以上 q 以下である累積確率

$: x(q)$

$x(q)$ の逆関数 = $Q(x)$

SG平均場理論の完結

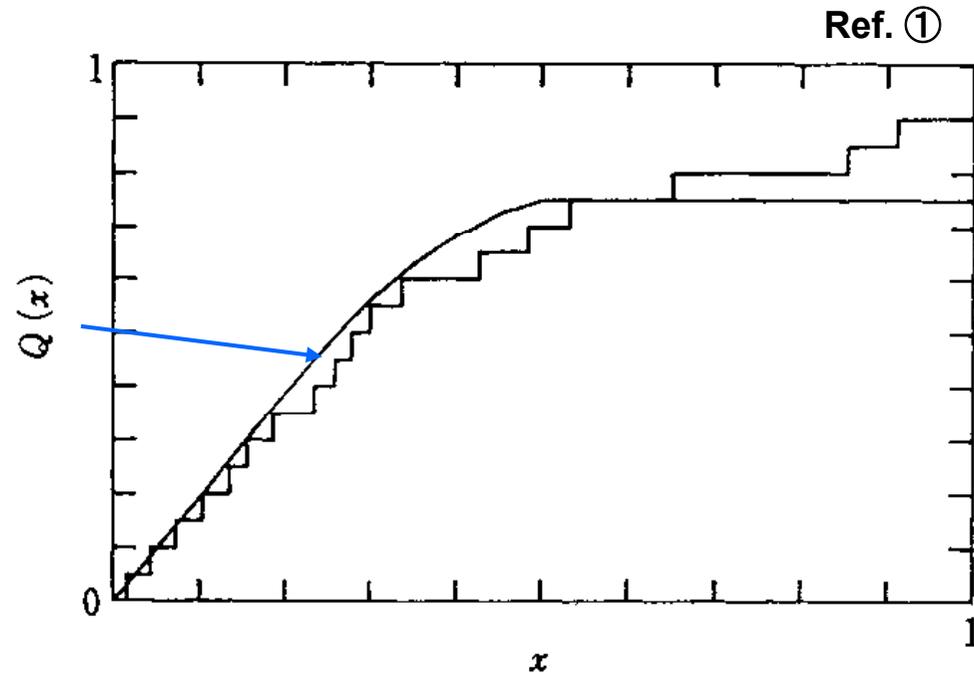
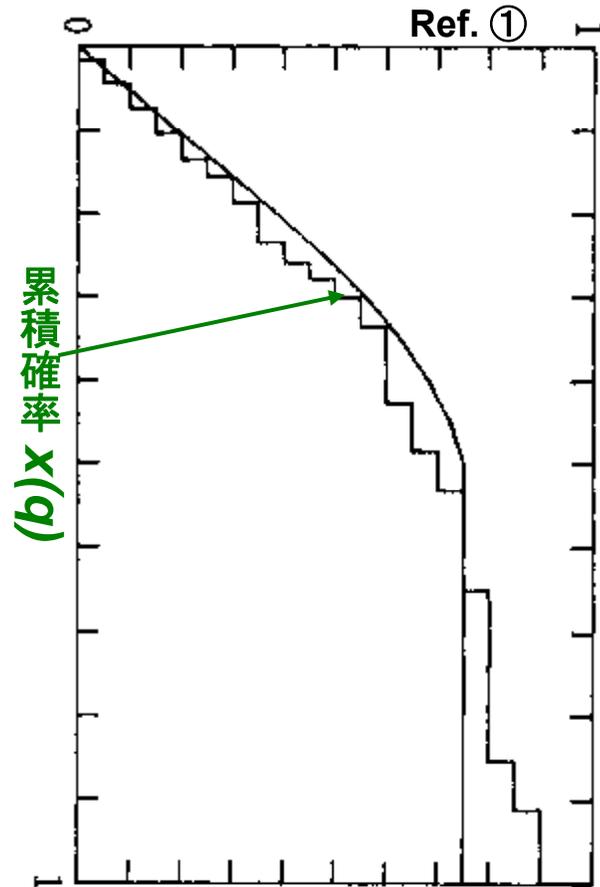
「 $x(q)$ の逆関数 = $Q(x)$ 」の計算物理的検証

- ① K. Nemoto and HT: J. Phys. **C18** ('85) L441 †
- ② K. Nemoto: J. Phys. **C20** ('87) 1325 †

$\left| \frac{\partial F_{\text{TAP}}\{m_i\}}{\partial m_i} \right|$ の最小を探索

TAPの方法

RSB解(実線)



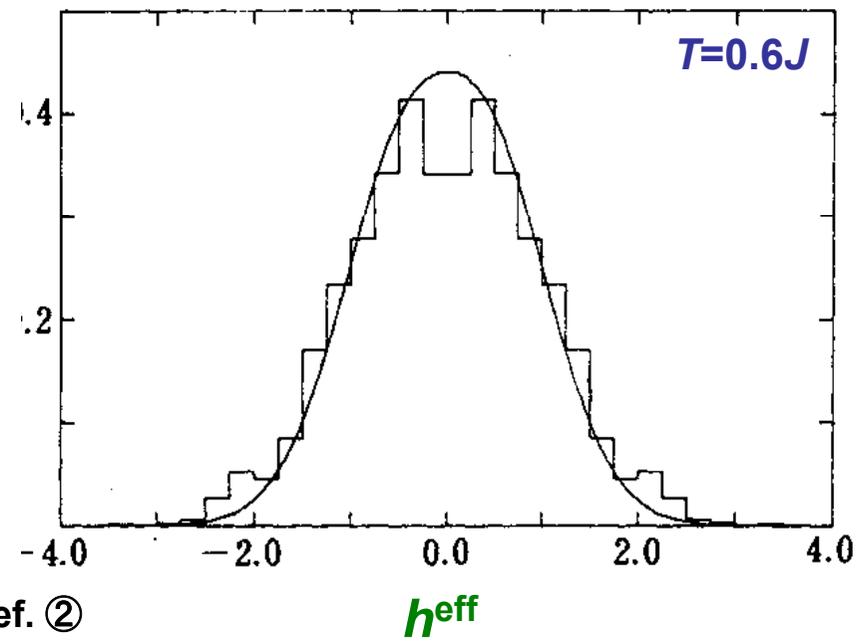
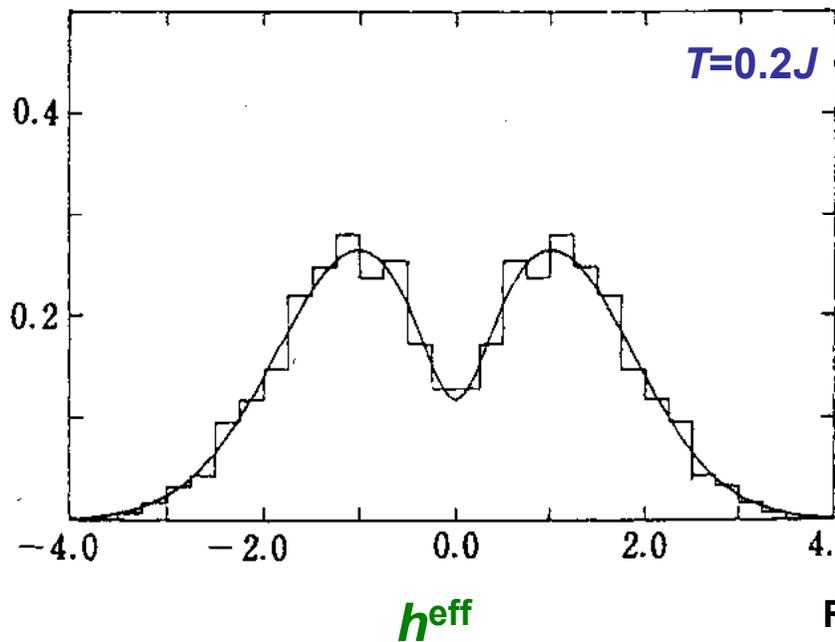
有効磁場分布

TAP方程式

$$m_i = \tanh\{\beta[h_i + \sum_j J_{ij}m_j - \beta m_i \sum_j J_{ij}^2(1 - m_j^2)]\} = \tanh\{\beta(h_i + h_i^{\text{eff}})\}$$

有効磁場

$P(h^{\text{eff}})$



Ref. ②

(cf. レプリカ対称解の $P(h^{\text{eff}})$ は $h^{\text{eff}}=0$ を中心、幅 q のシングルガウシアン)

SG平均場理論の展開

・ランダム競合系の新しい協力現象・相転移描像

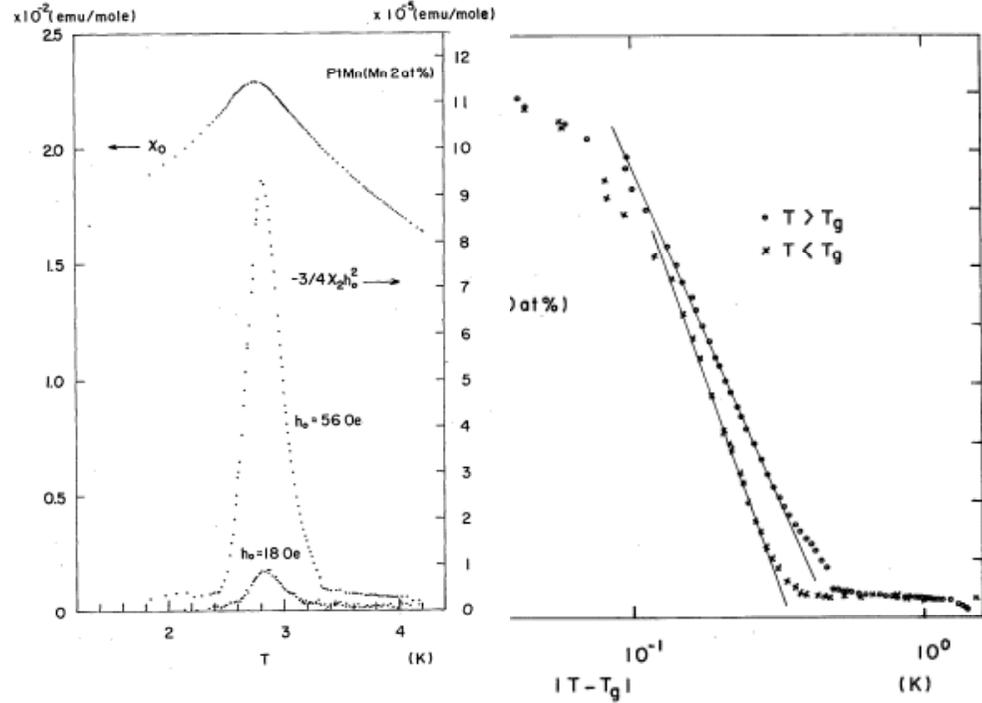
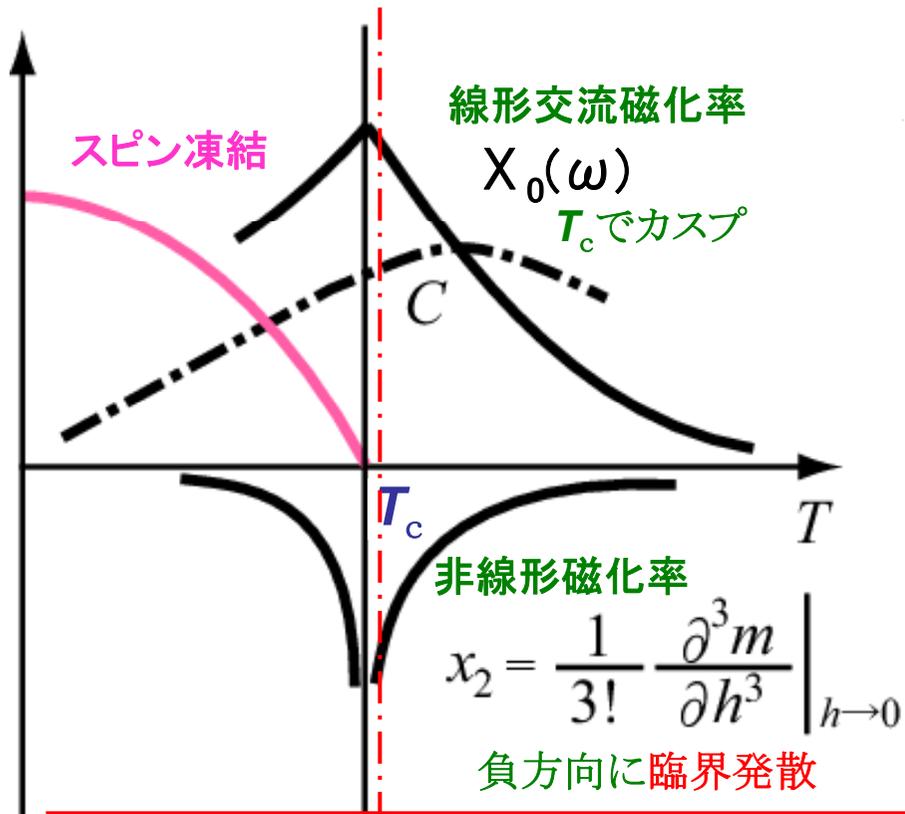
最適化問題へ
神経回路網模型へ

....

情報処理統計力学への展開

現実のスピングラス現象

非線形(交流)磁化率 $\text{Pt}_{0.98}\text{Mn}_{0.02}$



S. Chikazawa, T. Saito, T. Satō, and Y. Miyako:
JPSJ 47 (1979) 335 †

⇒
転移温度より高温側 $T > T_c$ では、
臨界現象を含めて現実のSG現象
はSG平均場描像でほぼ説明される。

実験: 都研究室との研究交流

物理学会論文選集「スピングラス」

短距離相互作用 (EA) スピングラス模型の理論

計算物性物理

- 有限温度SG相転移はあるか？

川島-Young: 3D ±J イジング EA 模型のモンテカルロ法計算

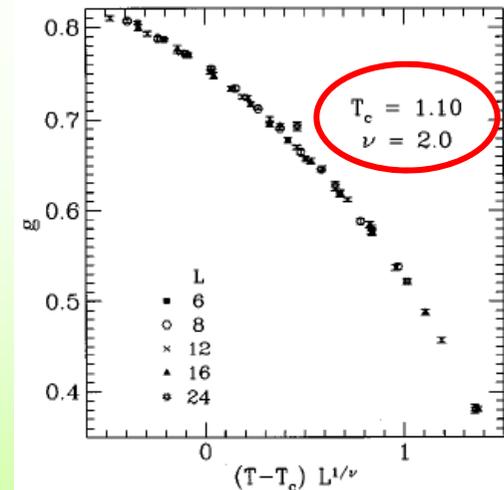
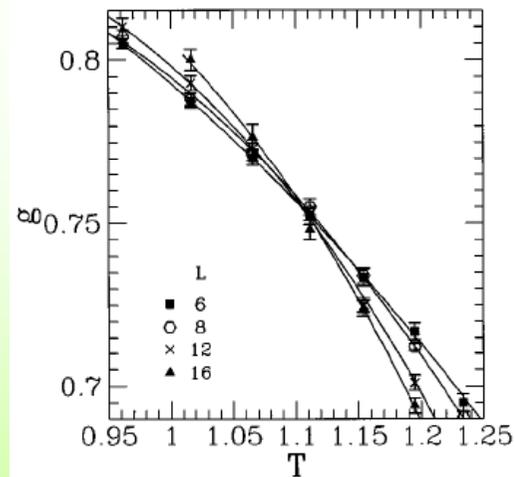
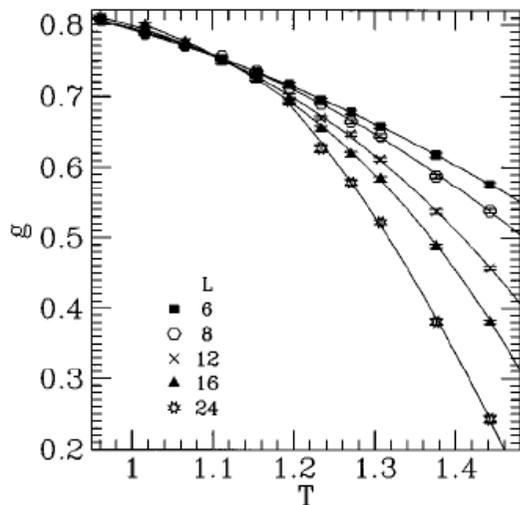
$$q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i^{(1)} S_i^{(2)}$$

2実レプリカ

Binder比

有限サイズスケーリング

$$g = \frac{1}{2} \left[3 - \frac{\langle q^4 \rangle}{\langle q^2 \rangle^2} \right] = \tilde{g} [L^{1/\nu} (T - T_c)]$$



Reprinted with permission from
N.Kawashima and A.P.Young, Phys. Rev. B 53, R484-R487 (1996), Copyright (1996) by the American Physical Society. †

3D イジング: $T_c > 0$, 3D XY, ハイゼンベルグ: 論争中

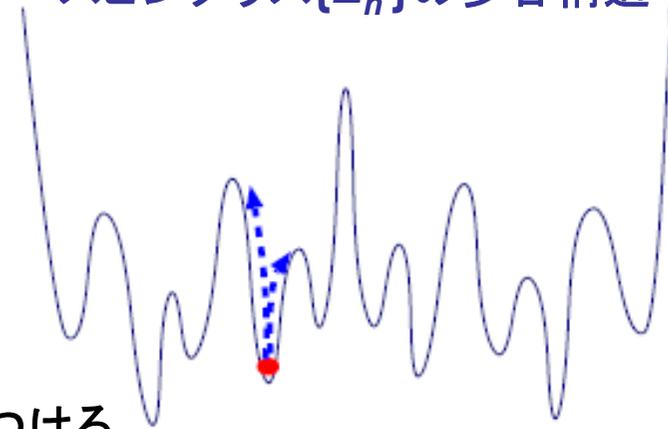
交換モンテカルロ (MC) 法 (福島・根本)

- 通常のMC法(重みつき選択法)
 - スピン配置 n (エネルギー E_n) を確率 $\exp(-\beta E_n)$ で選びながら物理量の熱平均値を計算
 - $\{E_n\}$ の多谷構造のため、低温では配置の緩和が遅くなる!

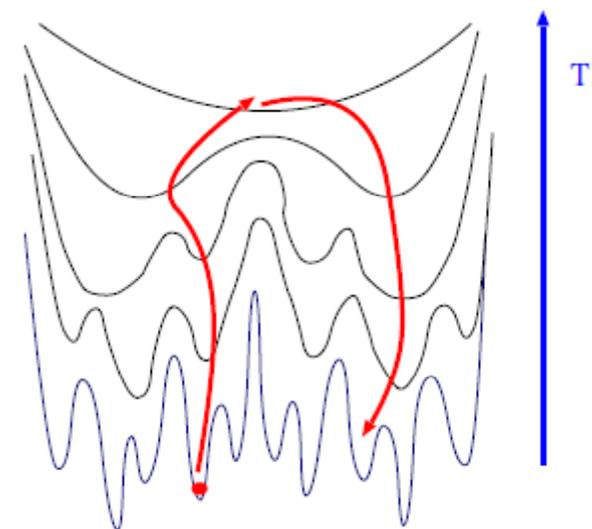
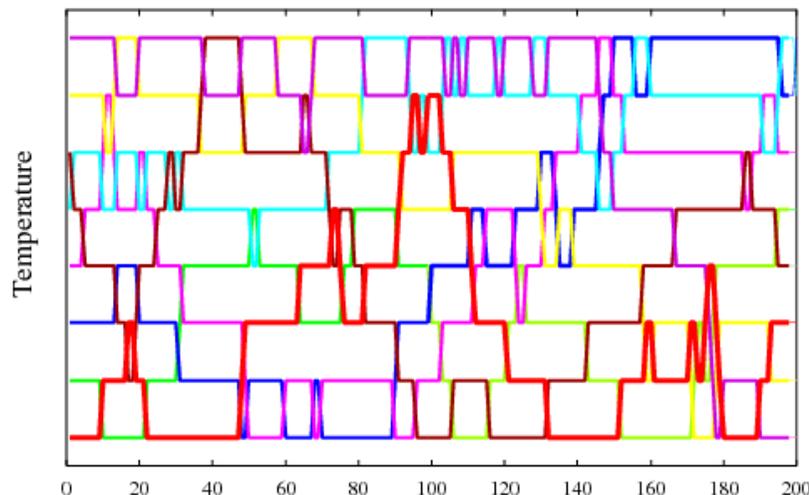
- 交換MC法

- M 個の実レプリカを温度が少しずつ違う熱浴につける
- 各レプリカであるステップ数、通常のMC法を行う
- 2つのレプリカの配置のエネルギー E_n^K と E_m^{K-1} を比べある確率でレプリカの配置を熱浴間で交換する

スピングラス $\{E_n\}$ の多谷構造

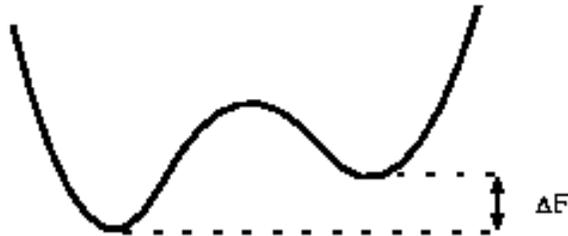


深みにはまり込んだら、
這い上がるのではなく、
回り込むのがよい



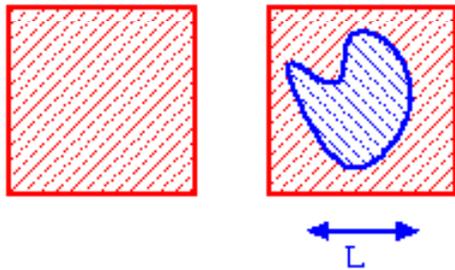
ドロップレット理論. I

Fisher – Huse ('86, '88)
Bray – Moore ('87)



— 短距離相互作用のスピングラス相に対する現象論

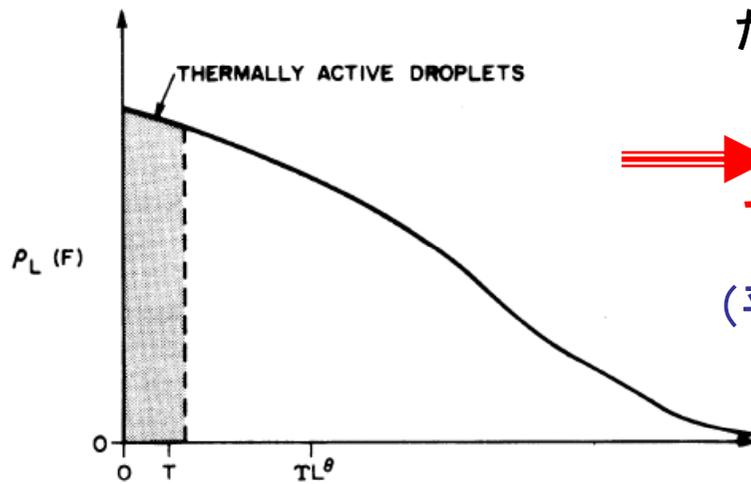
— 各温度の平衡状態はユニーク



— 平衡状態からサイズLのドロップレット励起（自由エネルギーギャップ） ΔF_L を考える

平均値は $\Delta F_L \simeq \Upsilon(L/L_0)^\theta$ ($\theta \simeq 0.2$)

だが、その分布は $\Delta F_L \rightarrow 0$ まで有限！



⇒ SG相の
マージナル安定性
(平均場理論と一致)

ドロップレット理論. II

・ 磁場中の場合

– ドロップレット励起 (自由エネルギーギャップ) ΔF_L

$$\Delta F_L \simeq \Upsilon (L/L_0)^\theta \quad (\theta \simeq 0.2)$$

– ゼーマンエネルギーの変化

$$E_Z \simeq h \sqrt{q_{EA}} (L/L_0)^{d/2}$$

$$L \rightarrow \infty \Rightarrow E_Z > \Delta F_L \quad (h > 0)$$

⇒ **SG相は磁場中では不安定!**



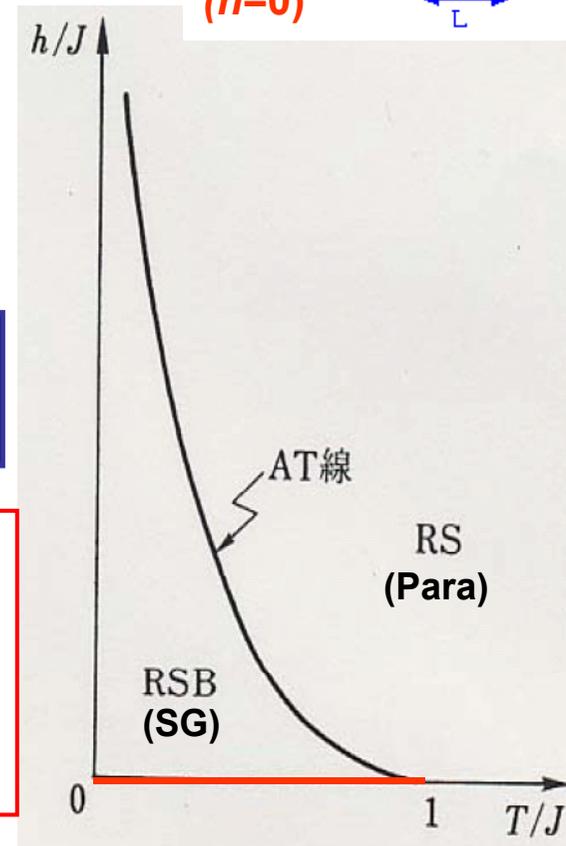
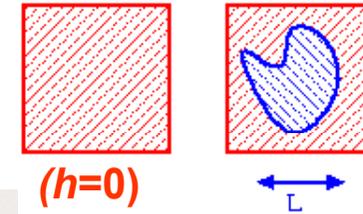
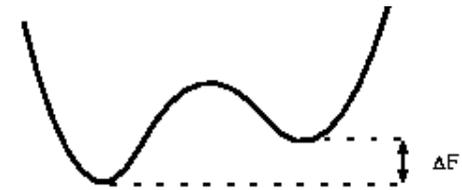
平均場理論

スピングラス研究で未解決な
最も基本的な問題の一つ

磁場クロスオーバー長 L_h :

$$L_h \simeq L_0 (h \sqrt{q_{EA}} / \Upsilon)^{-\delta}$$

with $\delta = ((d/2) - \theta)^{-1}$ (= ξ)



磁場中スピングラスのアプローチ

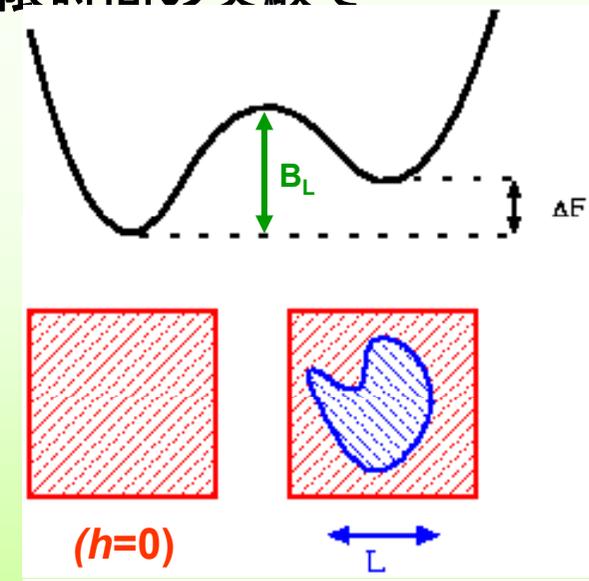
- EA模型のスロー・ダイナミクス(非平衡現象)からのアプローチ

- 個々の、現実の(短距離相互作用EA)スピングラスでは何が起きているのか？
- 「マージナル安定」特性が当てはまるとすると、有限時間の実験でどの範囲の現象が観測されているのか？

- 平衡状態からのアプローチ

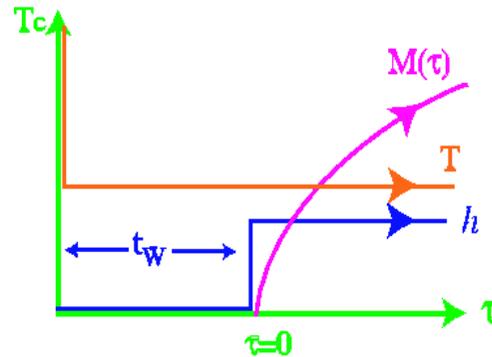
Domain-Call Renormalization Group 法

M. Sasaki, K. Hukushima, H. Yoshino and
HT: cond-mat/0702302



磁場シフトエイジング過程

Lundgren et al ('83)

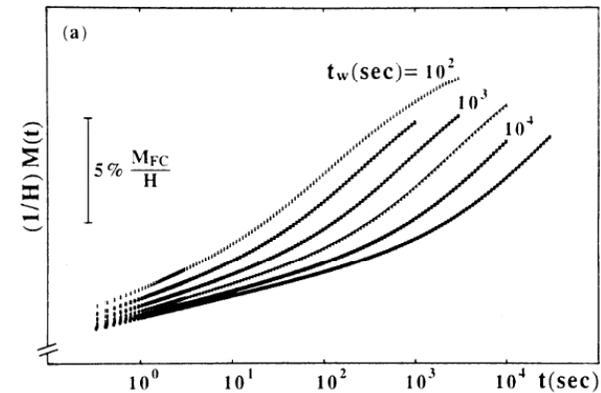


t_w : 待ち時間

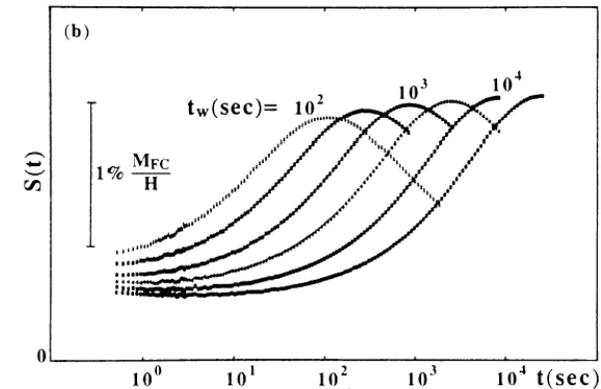
$S(t)$ のピーク位置 $\equiv t_{cr} \simeq t_w$
for small h

系は実験室時間では平衡に達していない!

(Zero-field-cooled) mag. $M(t)$



$$S(t) = \partial(M/h) / \partial \ln t$$

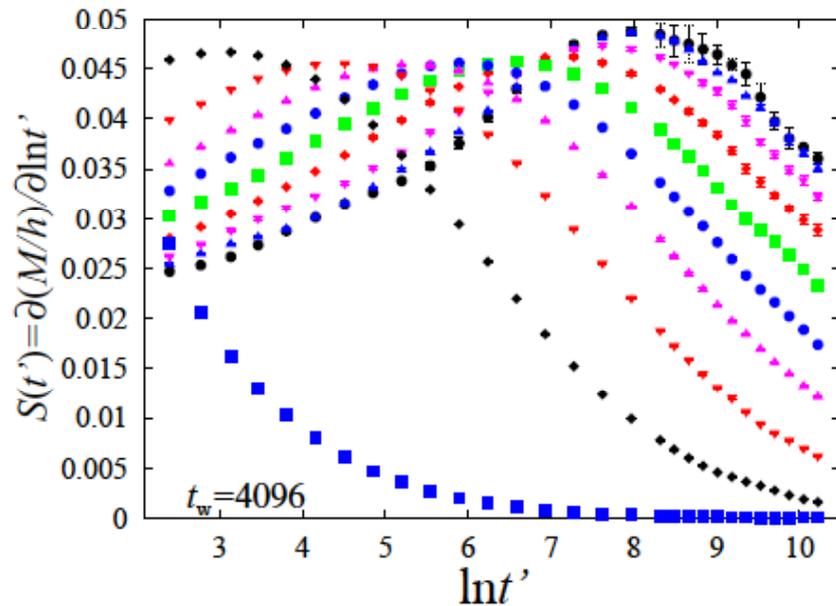


CuMn: Granberg et al ('88)*

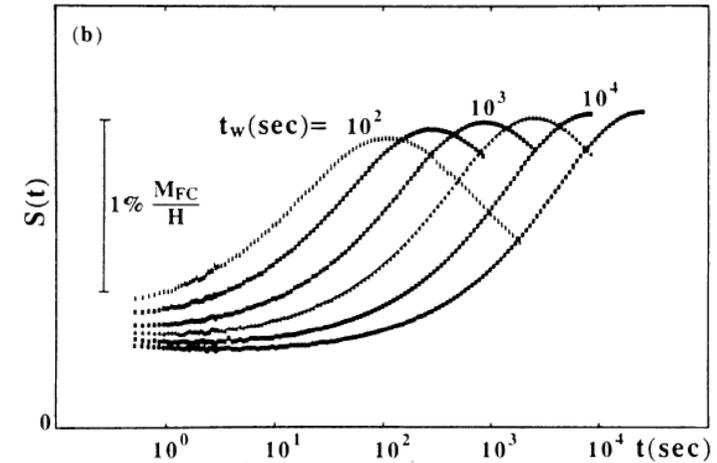
磁場シフトエイジング過程 (MCシミュレーション)

$$S(t) = \partial(M/h) / \partial \ln t$$

- $h = 0.05, 0.1, 0.2, \dots, 2.0$

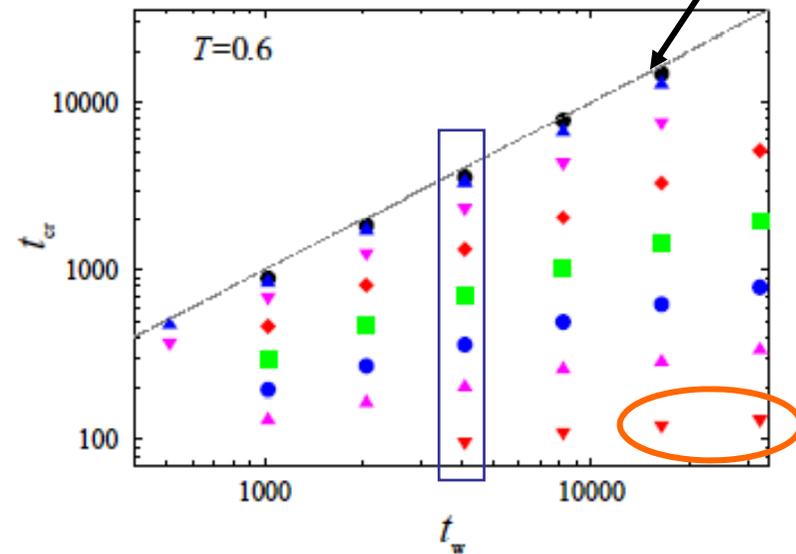


t_w : waiting time
 t_{cr} : peak position of $S(t)$

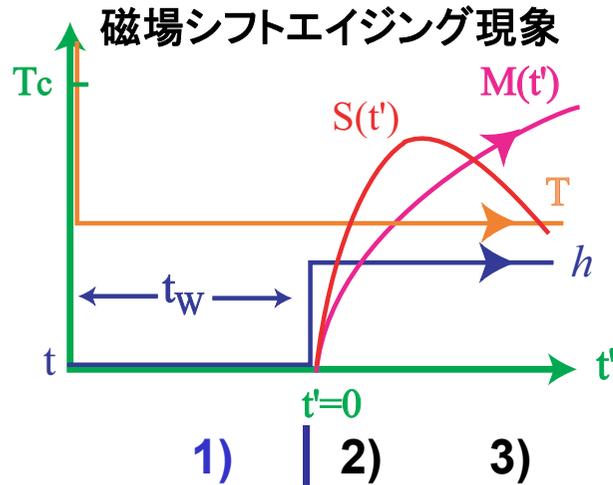


- t_{cr} vs t_w plot

$$T = 0.6J = 0.63T_c \quad t_{cr} = t_w$$



等温・等磁場エイジング過程



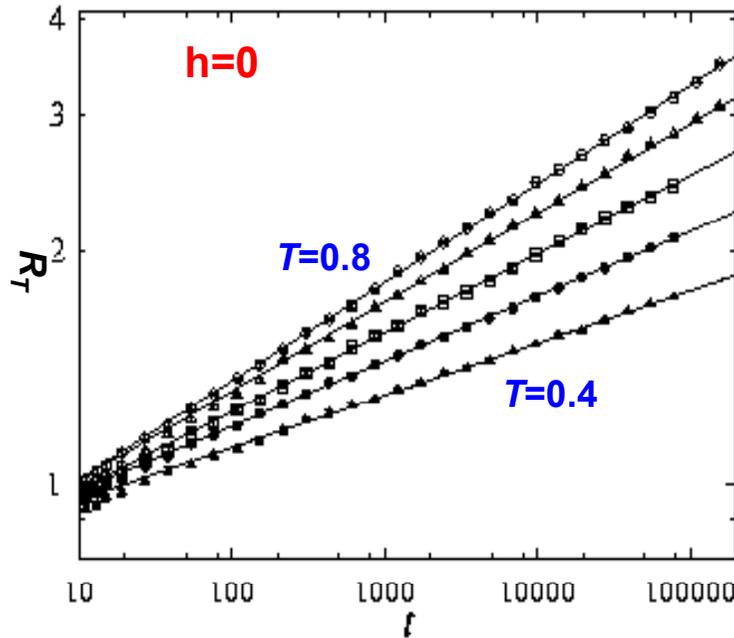
・領域1)では $[T, h=0]$ のSG秩序の成長

-- $\{J_{ij}\}$: 短距離相互作用型 --

実レプリカ・スピン相関関数

$$G(r, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[S_i^{(\alpha)}(t) S_i^{(\beta)}(t) S_{i+r}^{(\alpha)}(t) S_{i+r}^{(\beta)}(t) \right]_{\text{av}}$$

相関長: $R_T(t)$



$$R_T(t) \simeq b_T (t/t_0)^{1/z(T)}$$

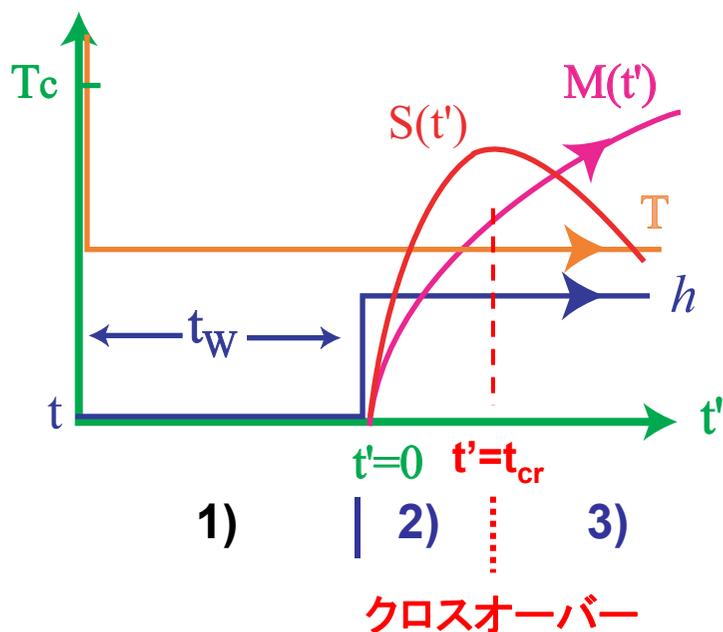
$$1/z(T) \simeq 0.16(T/T_c)$$

$$\text{at } (T/T_c) \lesssim 0.7$$

指数が温度 T に比例したべき関数

$\text{Ln } L$ に比例した障壁自由エネルギー分布 $f(B_L)$ をもつドロップレット系の熱活性化過程と見なせる

磁場シフト後の過程 (移行領域)



- 移行領域2), $t_{cr} > t' = t - t_w > 0$

領域1)で成長したSGクラスター(ドロップレット)が磁場中の平衡分布へ向かう

時刻 t' あたりで、サイズ $\tilde{R}_{T,h}(t')$ ドロップレットが平衡化すると考えられる。

$$\text{時刻 } t' \approx t_{cr} \text{ で, } R_T(t_w) \simeq \tilde{R}_{T,h}(t_{cr})$$

即ち、領域1)で成長したドロップレットの $h > 0$ での平衡化が完了、

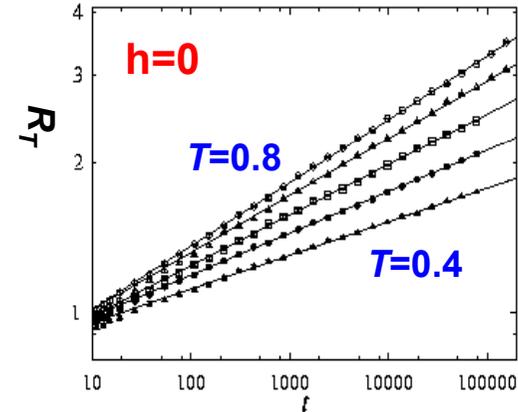
- 領域3), $t' = t - t_w > t_{cr}$, 等温・等磁場 ($h > 0$) エイジング過程が進行

時間・長さスケール変換

- 磁場シフト前(領域1))

$$t_w \Rightarrow R_w = b_T (t_w)^{1/z(T)}$$

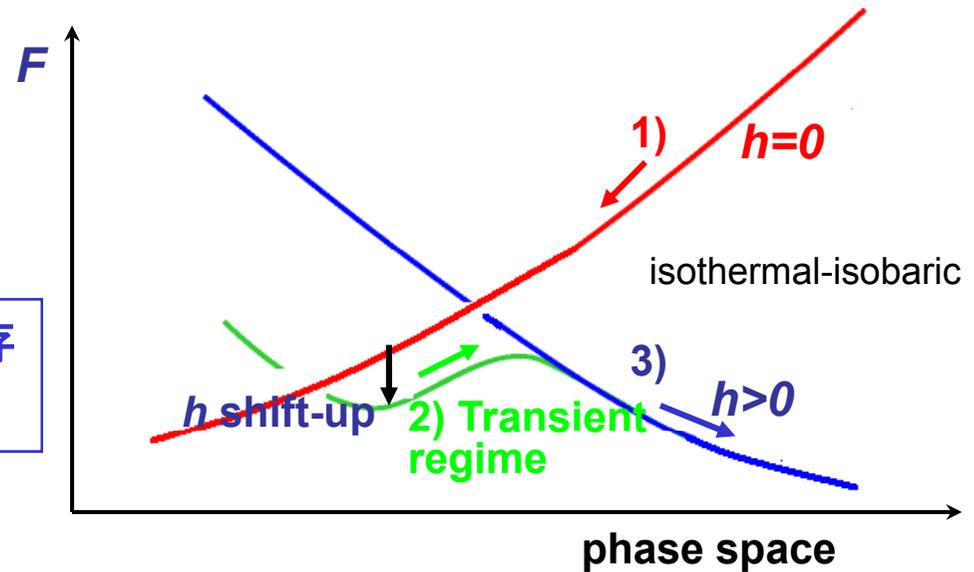
Komori, Yoshino, and HT: JPSJ 68 (1999) 3387 †



- 移行領域 2)

$$t_{cr} \Rightarrow R_{cr} = \tilde{R}_{T,h}(t_{cr}) = b_T (t_{cr})^{1/z(T) - ah^2}$$

(局所的)障壁自由エネルギーの存在が期待される。

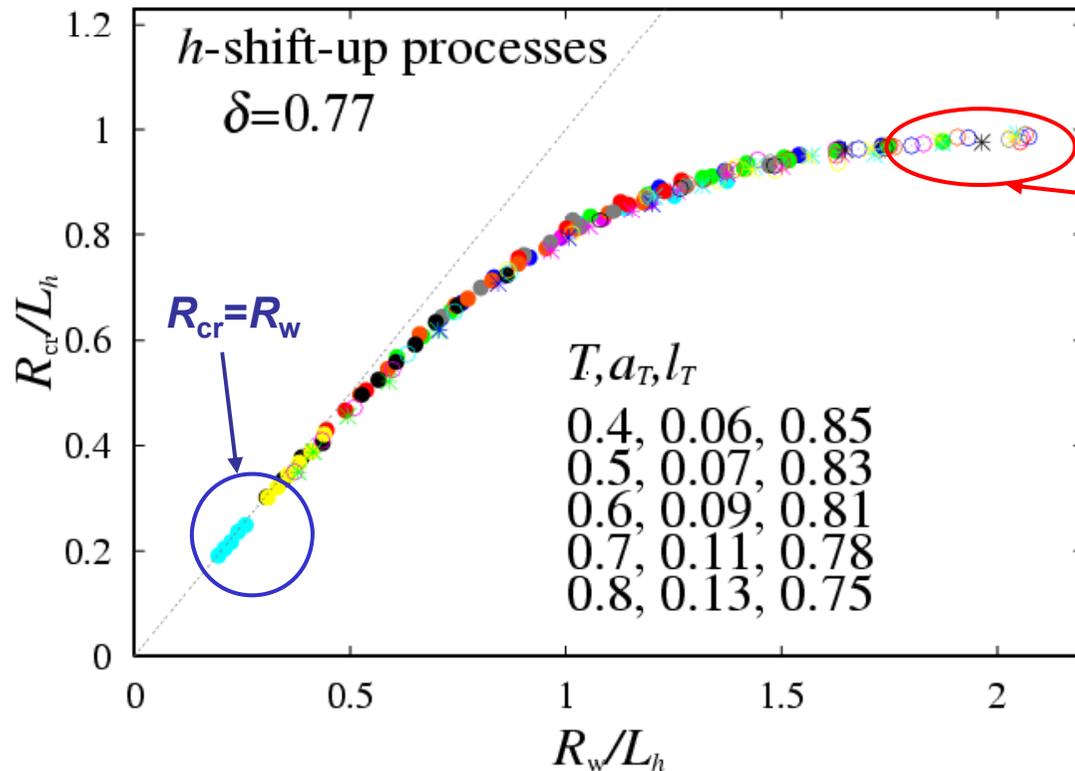


磁場クロスオーバー長 L_h によるスケーリング

Scaling plot of R_{cr}/L_h vs R_w/L_h

$$L_h \simeq L_0 (h \sqrt{q_{EA}} / \Upsilon)^{-\delta}$$

$$(\delta = 1/\zeta)$$



If $R_w > L_h$, R_{cr} is limited to L_h !

$T=0.4 - 0.8$,

$h=0.1 - 0.75$,

$t_w=256 - 65536$

の全てのデータが1曲線上

L_h の存在 (ドロップレット理論の検証)

&

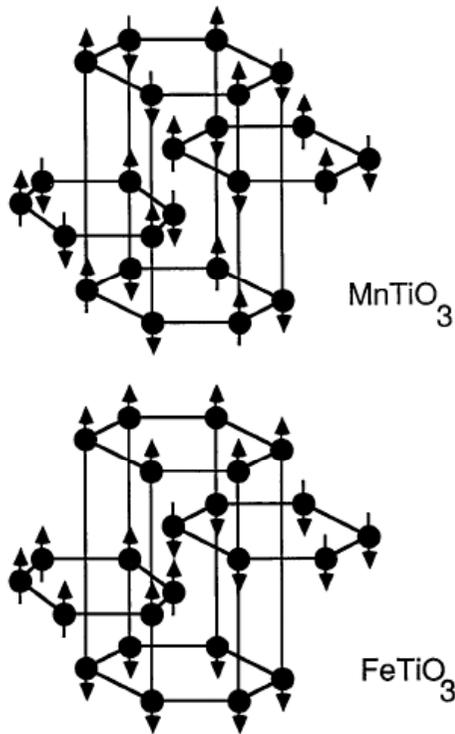
平衡SG相は $h > 0$ で不安定

現実の実験との比較

イジングSG: $\text{Fe}_x\text{Mn}_{1-x}\text{TiO}_3$

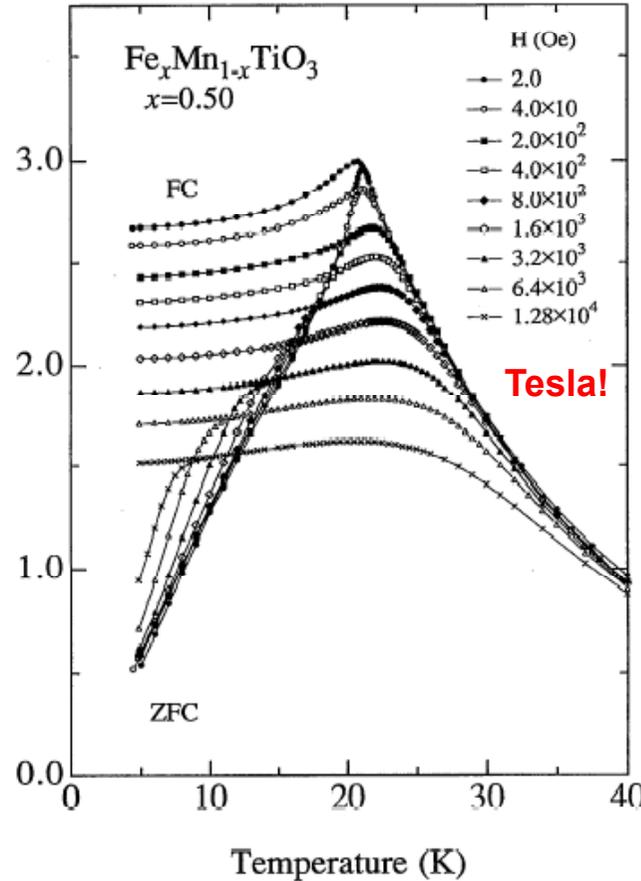
有賀・伊藤

H. Aruga Katori and A. Ito:
JPSJ 63 (1994) 3122



各温度滞在時間

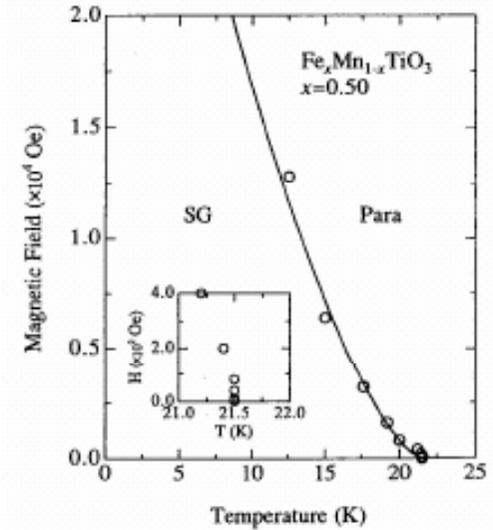
$$t_{\text{sty}} \sim 10^2 \text{ s}$$



$$T_c = 21.5 \text{ K}$$

微視的時間

$$t_0 \sim 10^{-12} \text{ s}$$



ゼロ磁場冷却磁化 (ZFCM)と
磁場中冷却磁化 (FCM)がずれ
始める (T_{irr}, h)

⇒ 「AT転移」

H. Aruga Katori and A. Ito: JPSJ63(1994)3122 †

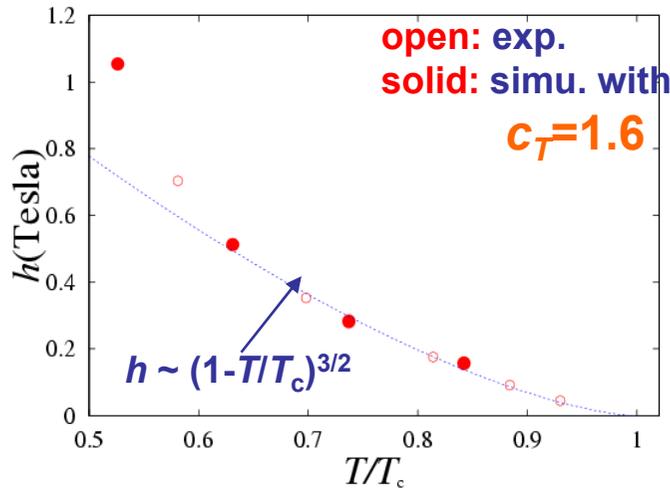
動的クロスオーバー・シナリオによる解釈

- ZFCMとFCMがずれ始める (T_{irr}, h)

$$R_T(t) \simeq b_T(t/t_0)^{1/z(T)}$$

dynamic crossover at $R_w = L_h$

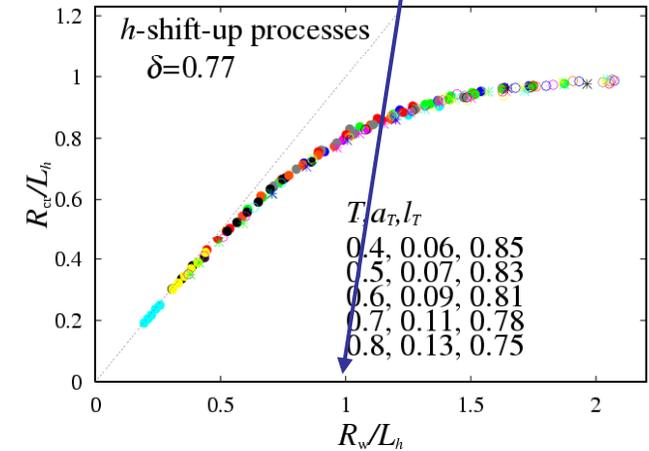
$$h[\text{Tesla}] = C_T T_c [\text{K}] (t_w^{\text{cr}} / t_0)^{-1/\delta z(T/T_c)}$$



$$T_c = 21.5 \text{ K}$$

$$t_0 \sim 10^{-12} \text{ s}$$

$$t_{\text{sty}} \sim 10^2 \text{ s}$$



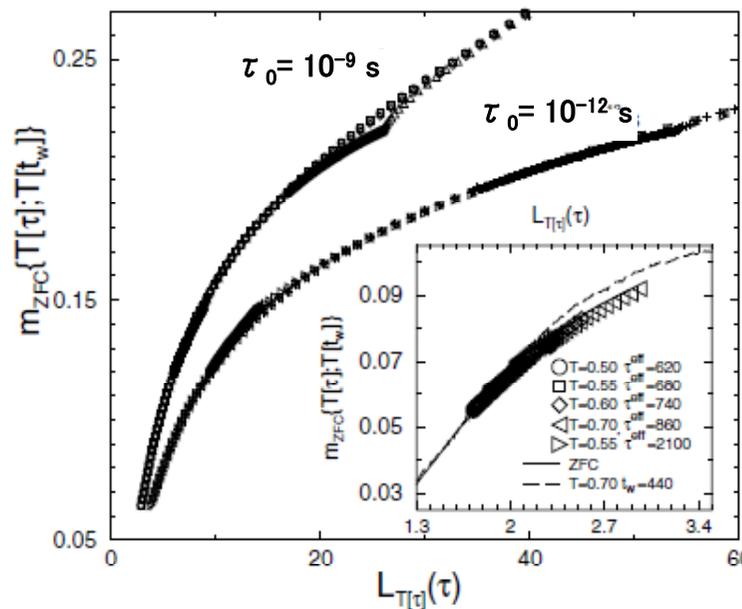
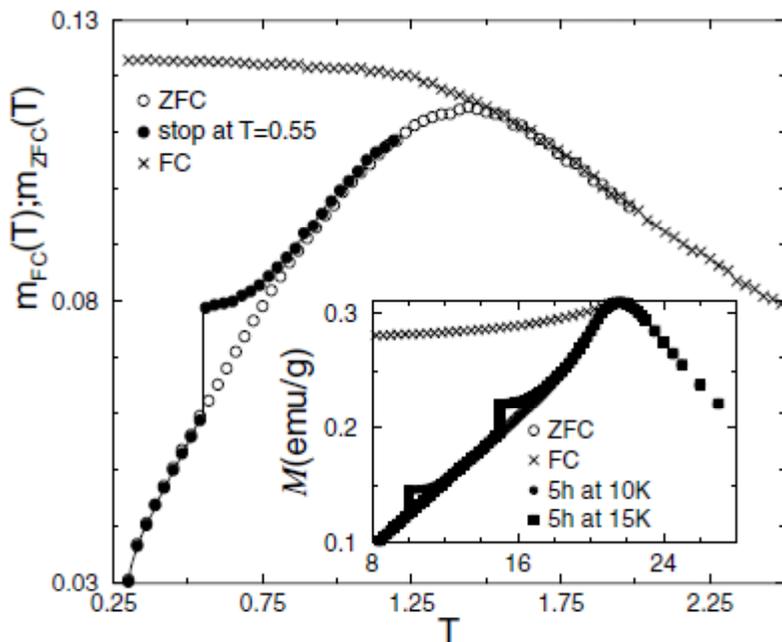
半定量的に一致!!

SG ダイナミクスの相似性

ZFCM過程 (磁場シフト後の昇温過程)

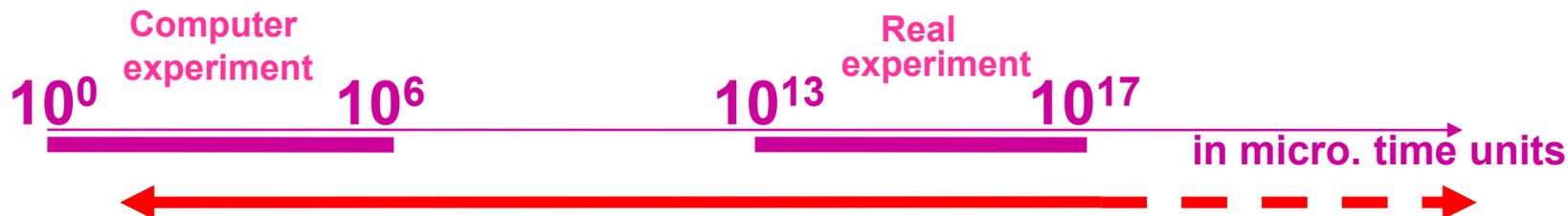
イジングSG: $\text{Fe}_x\text{Mn}_{1-x}\text{TiO}_3$

$$L_i = (\tau_i^{\text{eff}} + d\tau_i)^{b_f T_i/T_c}; \quad (\tau_i^{\text{eff}})^{b_f T_i/T_c} = L_{i-1}$$



Reprinted with permission from
L.W.Bernardi, H. Yoshino, K.Hukushima, H.Takayama, A.TODO, and A.Ito, Phys. Rev. Lett. 86, 720-723 (2001)
Copyright (2001) by the American Physical Society. †

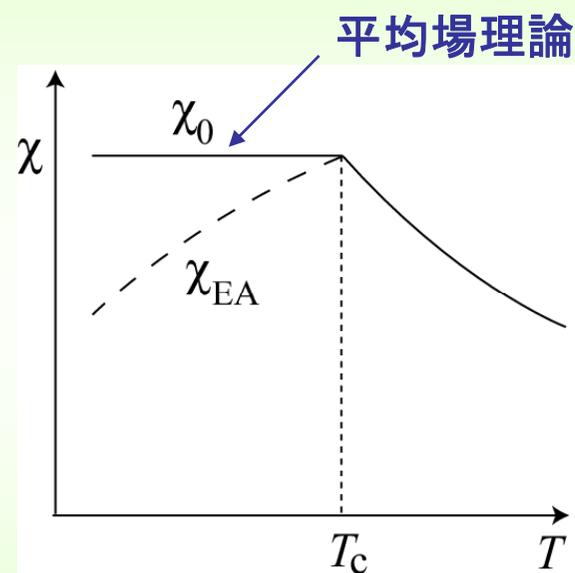
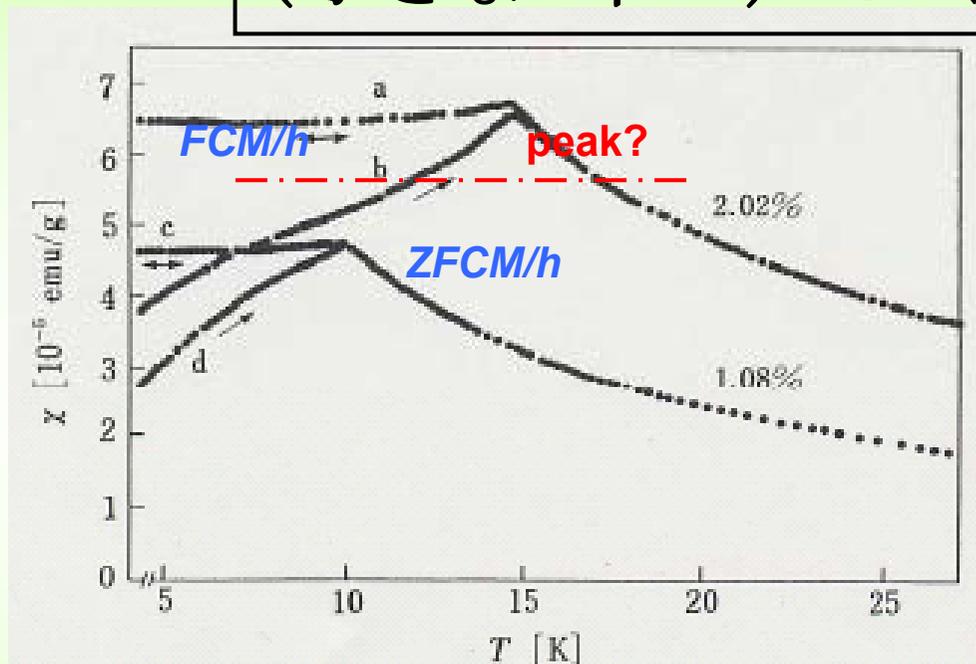
実験: お茶の水大伊藤都研究室との研究交流



半定量的に一致!!

- 磁場シフトエイジング過程、ZFCM過程：ドロップレット描像に符合

(小さな h 下の)FCM過程は？



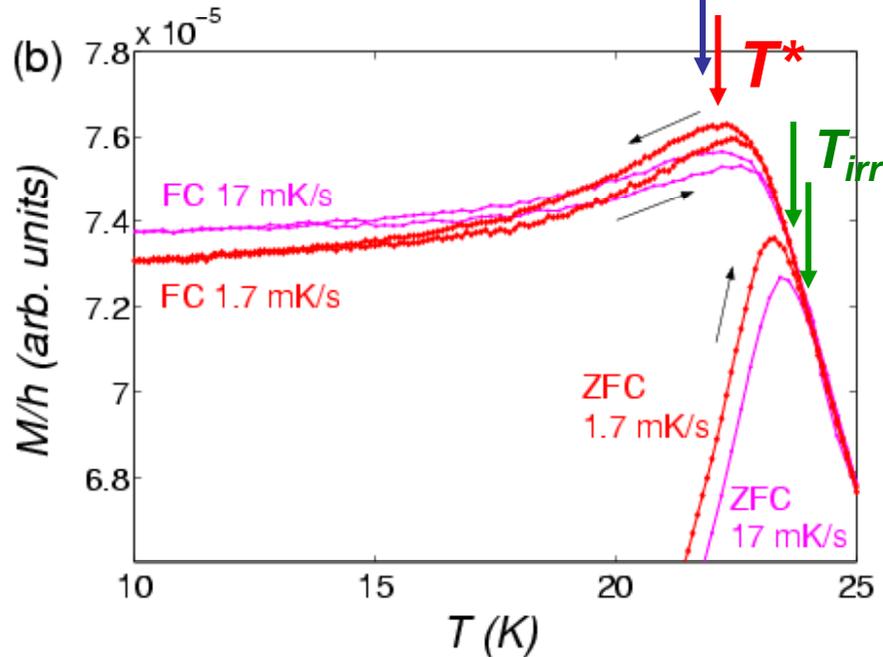
--- 磁場中SG相の存在の証拠 ---
 本当か？

実験: P.E. Jönsson が実施

FCMの非平衡特性(実験)

Ising spin glass $\text{Fe}_{0.55}\text{Mn}_{0.45}\text{TiO}_3$

$T_c \simeq 22.3 \text{ K}$



T_c : 転移温度(高温側のAC磁化率から)

T_{irr} : ZFCMとFCMのずれ始め

FCM はカस्पでなくピークを示す(at $T = T^*$)

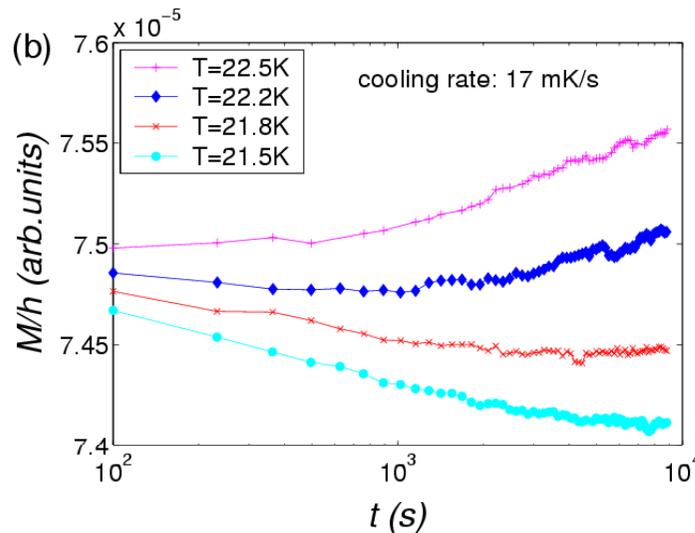
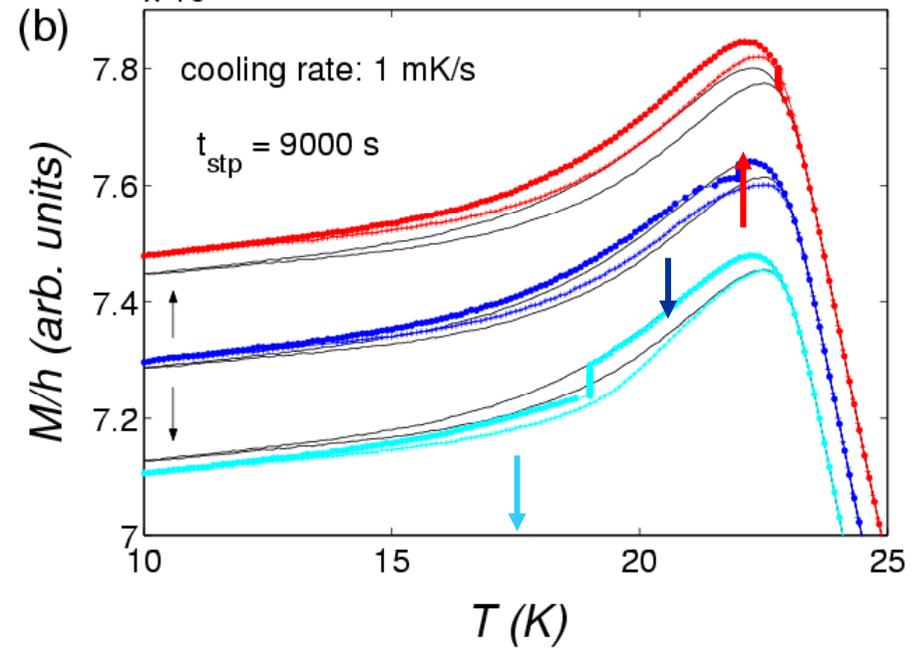
異なる冷却速度のFCMは $T < T^*$ でクロスする

P. E. Jönsson and HT : JPSJ 74 (2005) 1131 †

FC 状態も $T < T_{irr}$ では非平衡にある!

FC過程一旦停止後のFCMの時間発展

- $T^* < T < T_{irr}$ で停止後の Halted-FCMは**増大**する
- $T < T^*$ で停止後のHFCMは**減少**する
- T^* 以下その極近傍で停止後のHFCMは**アップターン**を示す

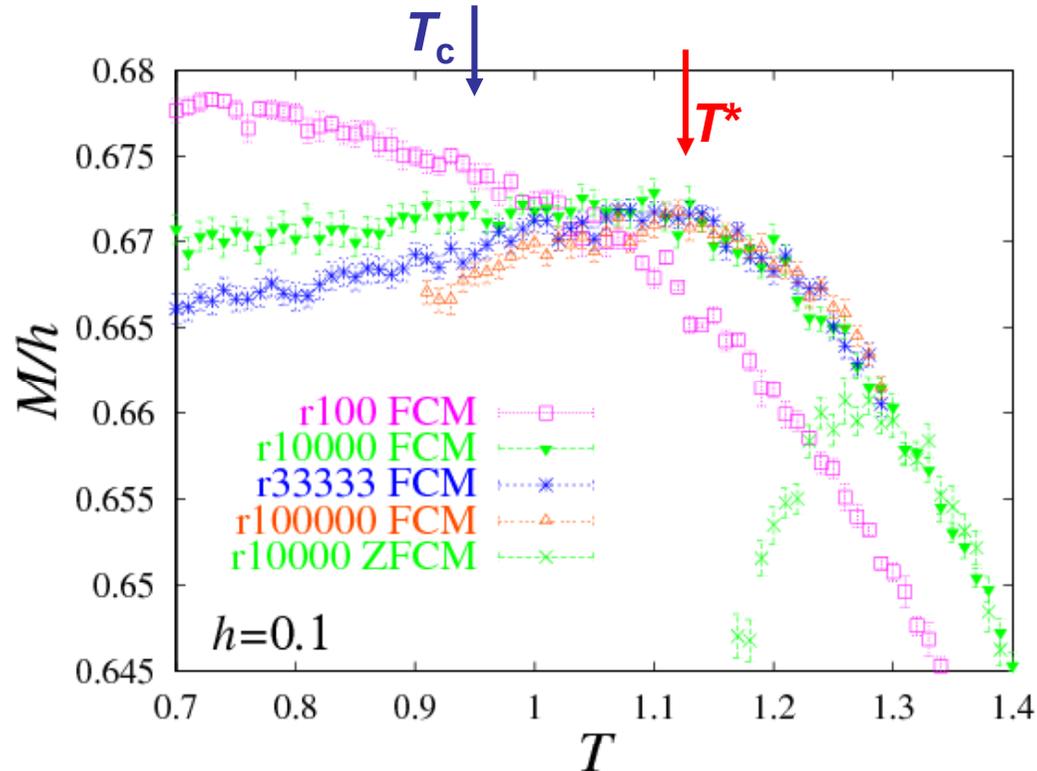


FCMの冷却速度依存性 (計算機実験)

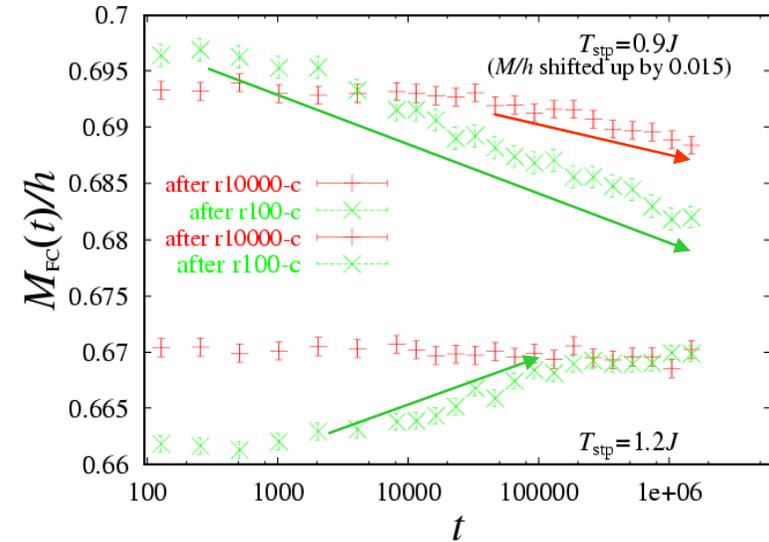
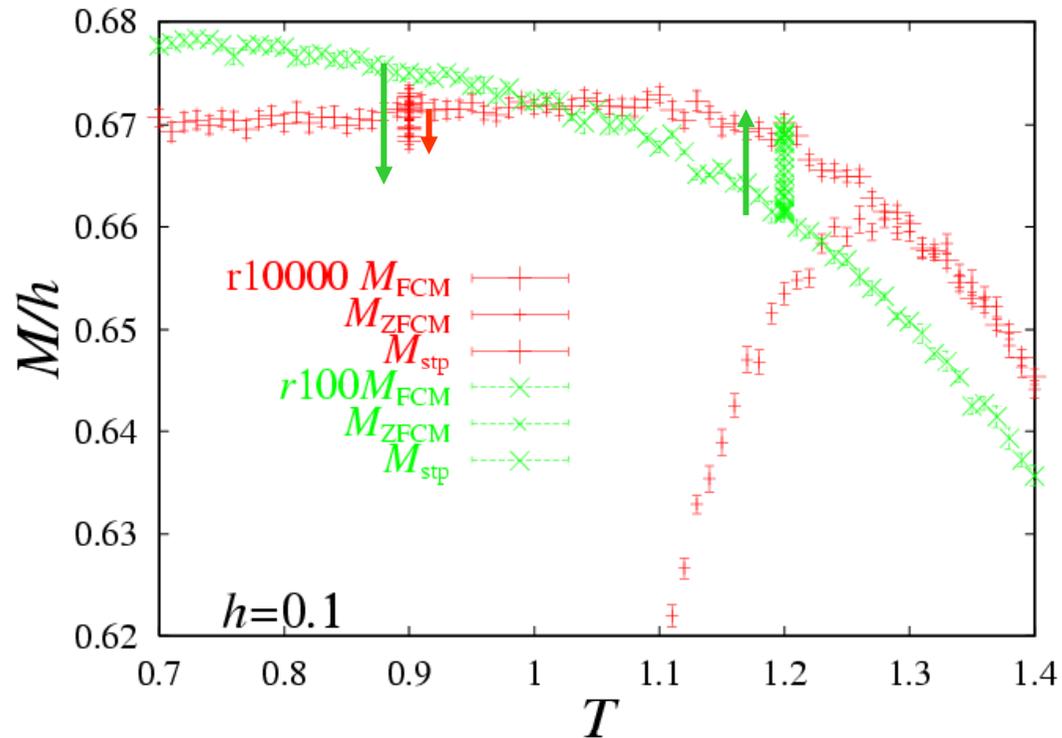
- 冷却速度が遅い
FCMは T^* ($> T_c$)
でピークを示す.

r ###-cooling process:

Cooling by pitch $\Delta T=0.01J$ with ### mcs at each T



FC過程一旦停止後のFCM (H-FCM)

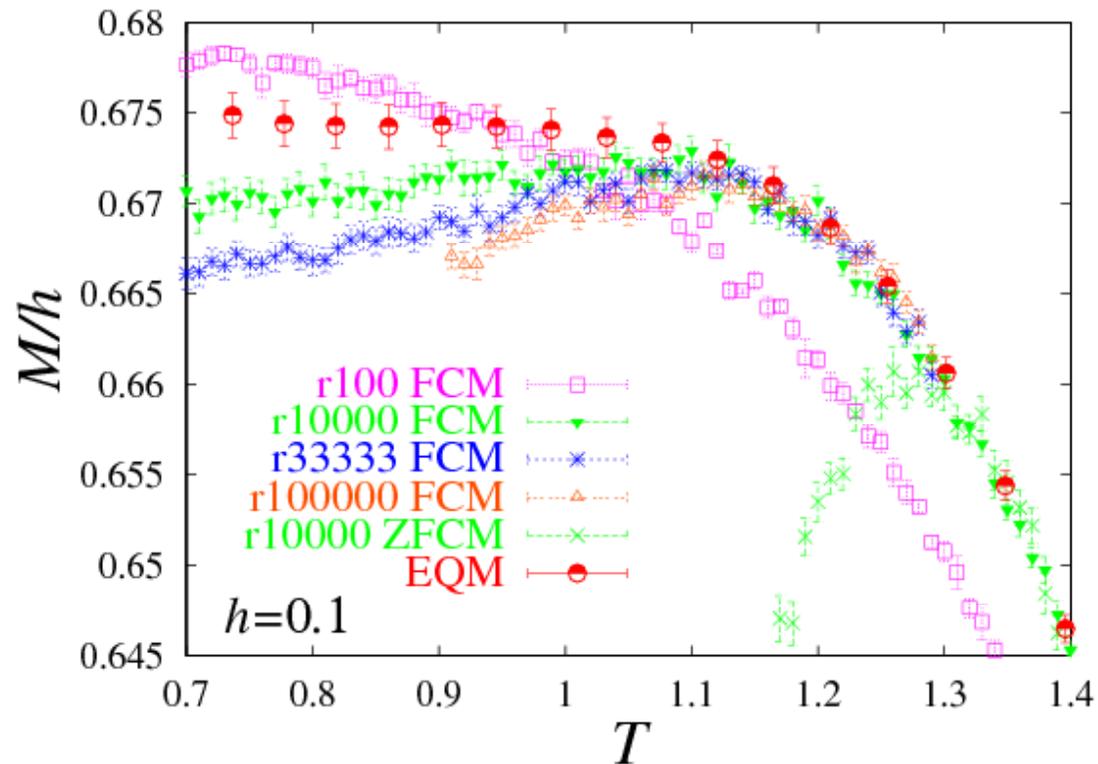


- $T^* < T < T_{irr}$ で停止後の Halted-FCMは**増大**する
- $T < T^*$ で停止後のHFCMは**減少**する

現実の実験と定性的に一致

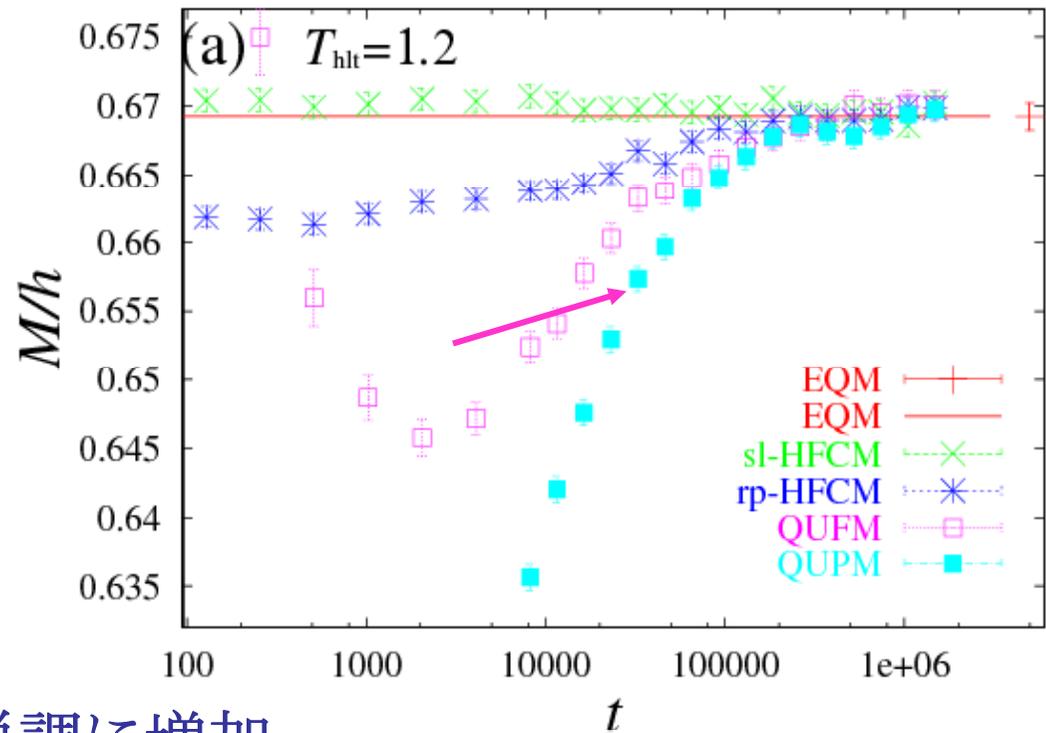
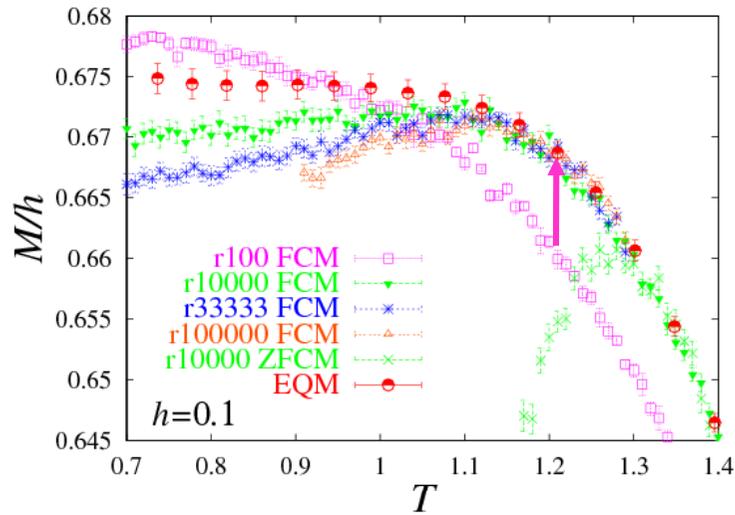
FCM と平衡磁化

- ・ (T, h) での平衡磁化、EQMを交換MC法で評価



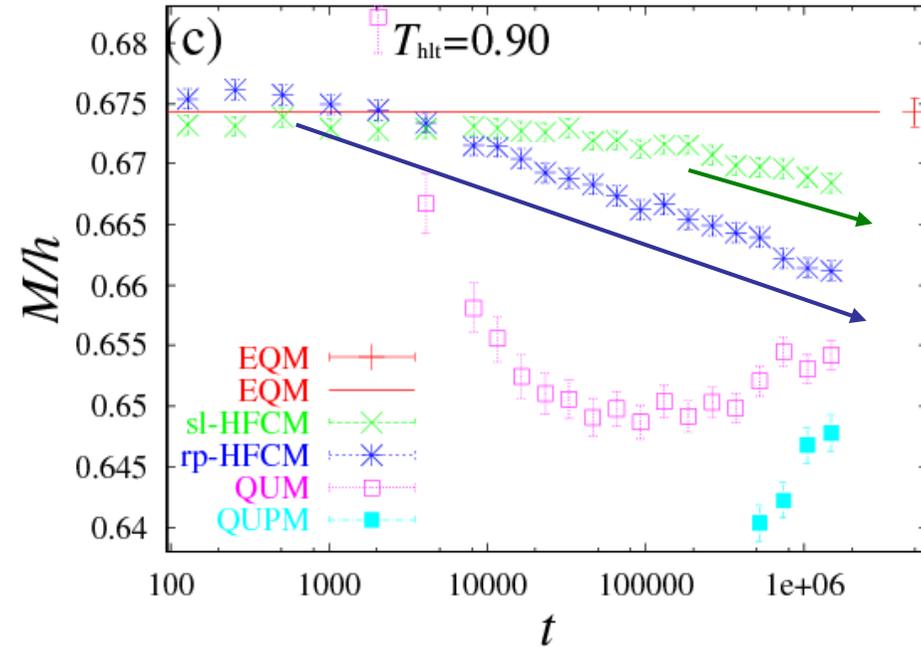
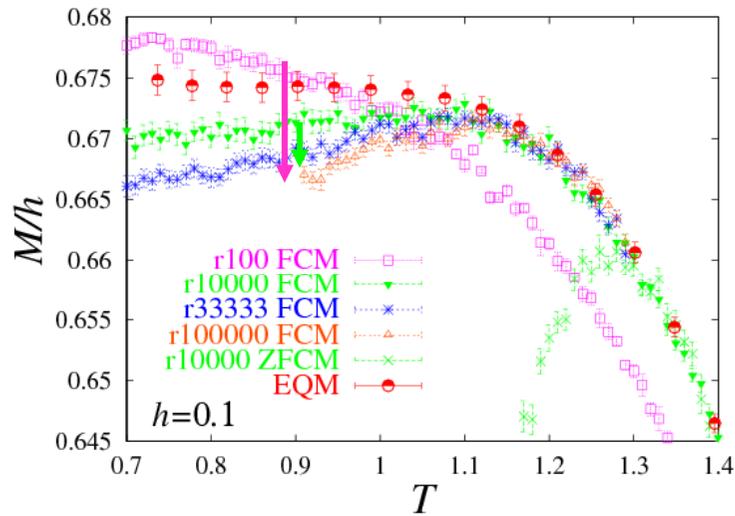
遅い冷却過程では全温度で $FCM \leq EQM$
特に、 $T < T^*$ では $FCM < EQM$

H-FCMと平衡磁化 ($T^* < T < T_{irr}$)



- HFCM は EQM に向けて単調に増加 ($T^* < T < T_{irr}$).

H-FCMと平衡磁化 ($T < T^*$)



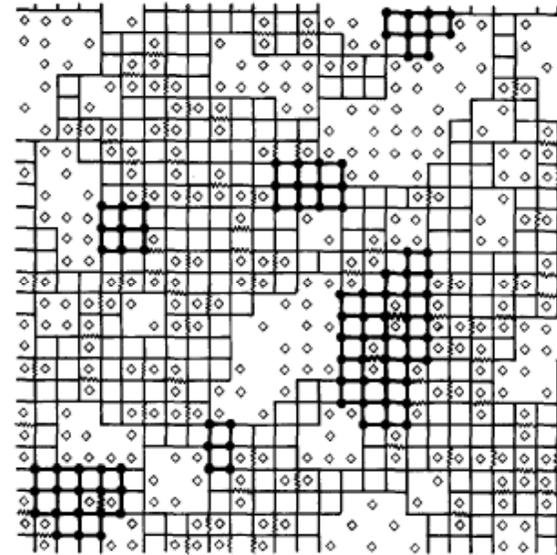
HT and K.Hukushima: JPSJ76(2007)013702 †

- FCM < EQMにも拘わらず、HFCMは減少、すなわち、EQMと値的には反対方向の変化を示す ($T < T^*$) !

Jönsson-HT シナリオ. I

- 各温度で滞在時間 t_{sty} でのFC過程を考える
- 温度降下に伴って、空間的に不均一にSG相関(クラスター)が発達し、その緩和時間が増大する。
- 温度降下に伴って、空間的に不均一にSG相関(クラスター)が発達し、その緩和時間が増大する。
- $T_{\text{irr}}(t_{\text{sty}}; h)$ あたりで、緩和時間が t_{sty} を越えるクラスターが有意に生じ、**熱ブロッキング現象 (ZFCMとFCMのずれなど)** が生じる。
- さらに温度がさがると、より小さなクラスターが凍結する。

2D $\pm J$ EA model



This article was published in
H.Takayama, K.Nemoto, and H.Matsukawa,
Solid State Commun. 44, 1281 (1982),
Copyright Elsevier (1982). †

Jönsson-HT シナリオ. II

• $T \sim T^*$ ($\sim T_c$)

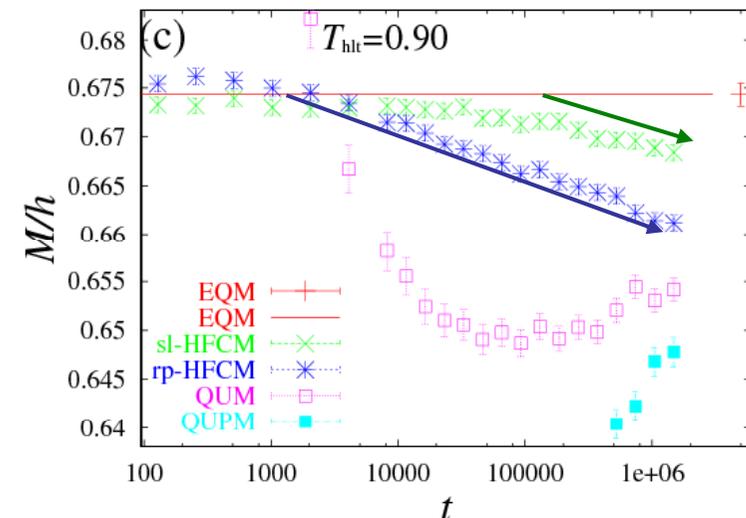
それまでに凍結されたクラスターが互いに接触し始める

$$\begin{aligned} \text{ゼーマンエネルギー: } E_z &\simeq h \sqrt{q_{EA}} (L/L_0)^{d/2} & d = 3 \\ \text{SG自由エネルギーギャップ: } \Delta F_L &\simeq \Upsilon (L/L_0)^\theta & \theta \simeq 0.2 \end{aligned}$$

接触したクラスターは ΔF_L を得るような相対的向き(=SG秩序)を取ろうとし、このため磁化は減少する(FCMのピーク)。

この磁化の減少は、 ΔF_L を得るように成長するSG秩序が磁場クロスオーバー長 L_h に達するまで続く(HFCMの減少)

それ以後は、最大サイズが L_h のクラスターが磁場中の平衡分布に向かう(HFCMのアップターン)



計算物理

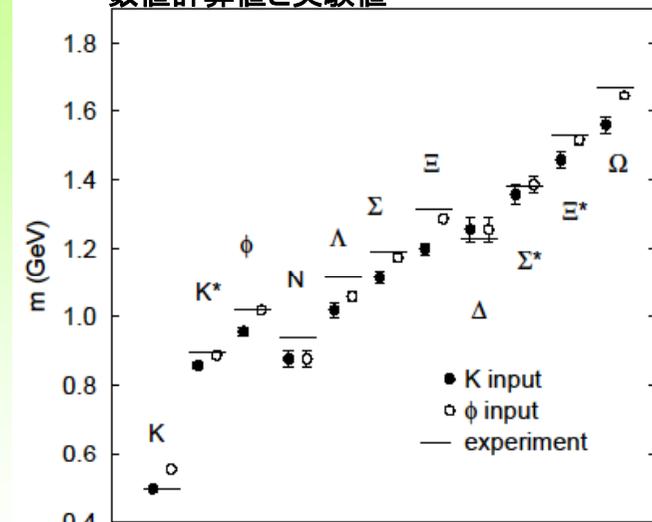
理論(模型)の基本方程式を数値的に忠実に解き、計算精度の範囲で、

a)理論を検証する --- QCD理論

b)現象に潜むメカニズムを定性的に明らかにする --- FPUの計算機実験、Alder転移

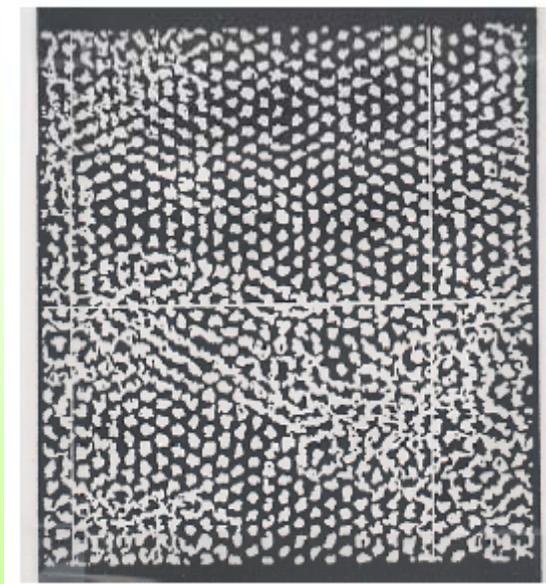
c)現象を定量的に予測(設計)する
--- 第一原理電子状態計算

ハドロン粒子の量子色力学に基づく
数値計算値と実験値

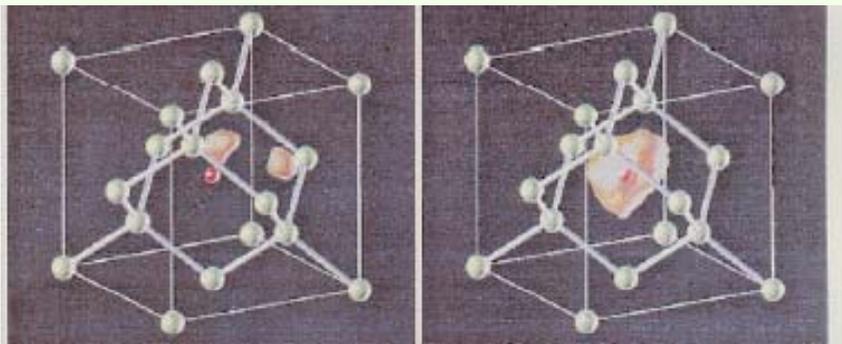


Reprinted with permission from
S.Aoki et al, Phys. Rev. Lett. 84, 238-241 (2000)
Copyright (2000) by the American Physical Society. †

剛体円盤系のアルダー転移



Reprinted with permission from
B.J.Alder and T.E. Wainwright, Phys. Rev. 127, 359-361 (1962)
Copyright (1962) by the American Physical Society. †



シリコン結晶中のケージ(赤点
がその中心)に閉じ込められた
陽子(左図)とミュオン(右図)
の広がり具合(常行氏による)

Reprinted with permission from
T.Miyake, T.Ogitsu and S.tsuneyuki, Phys. Rev. Lett. 81, 1873-1876 (1998)
Copyright (1998) by the American Physical Society. †

計算機実験によるスピニンググラス相の解明

計算物理

b) 現象に潜むメカニズムを定性的に明らかにする

(微視的な)理論模型が示す

Computer
experiment

Real
experiment

10^0 10^6 10^{13} 10^{17} in micro. time units

半定量的に一致!!
SG ダイナミクスの相似性

ご静聴ありがとうございました。

文献

- ・文献1: 高山 一: パリティ物理学コース「スピングラス」丸善 (1991)
- ・Gruenberg et al: in “Heidelberg Colloquium on Glassy Dynamics”, ed. by J.L. van Hemmen and I. Morgenstern (Springer Lecture Notes in Physics, 275) (1987)

スピン緩和時間の分布

特性緩和時間

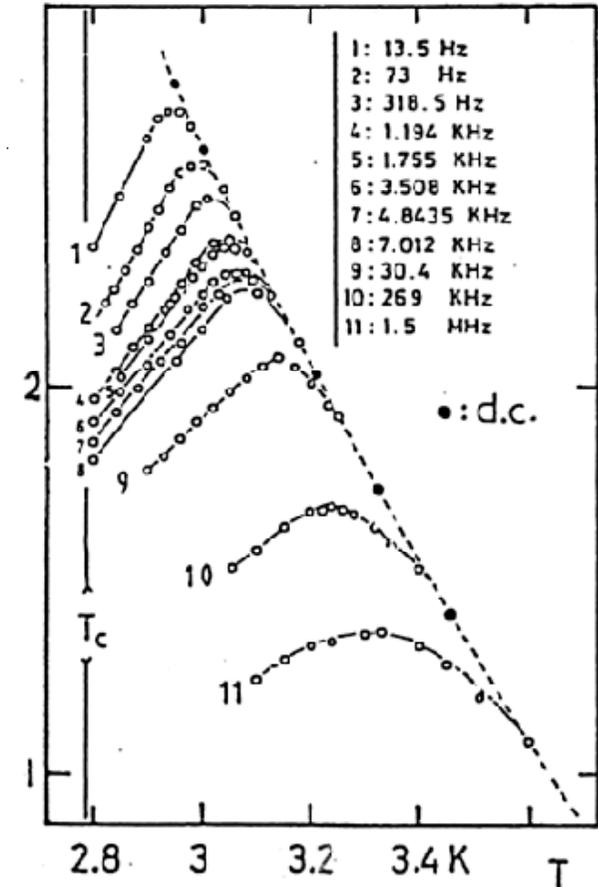
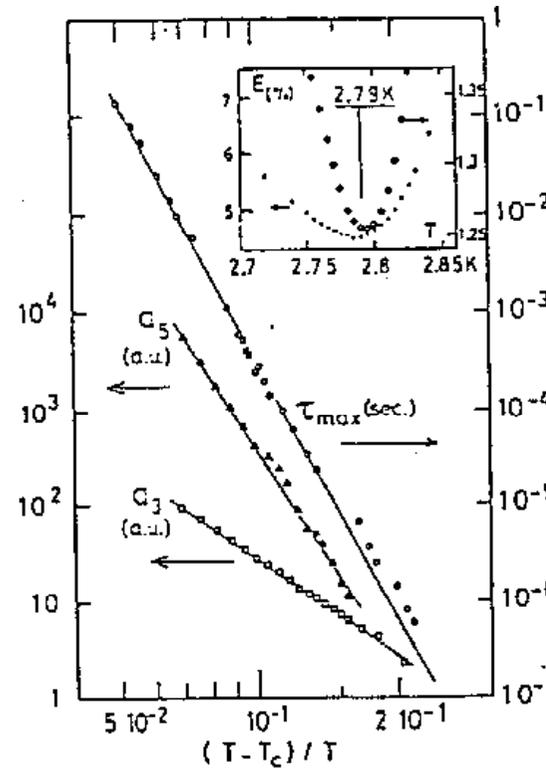
$\chi_0(\omega)$ のピーク温度

$$\omega^{-1} = \tau(T)$$

特性緩和時間

$$\tau \approx (T - T_c)^{-z\nu}$$

z : 動的臨界指数



Prejean et al ('88) 文献 : $(MnF_2)_{65}(BaFe_2)_{15}(NaPC)$

Comment. II. Power-Law-Growth of $R_T(t)$

Fisher-Huse theory

numerical simulation

$$R_T(t) \sim (\ln t)^{1/\psi}$$

growth law

$$R_T(t) \sim t^{1/z(T)}$$

$$\Delta B_R \sim R^\psi$$

free-energy barrier against droplet overturn

$$\Delta B_R \sim \ln R$$

$$\Delta F_R \sim R^\theta$$

f-energy change by overturn

$$\Delta F_R \sim R^\theta$$

asymptotic regime near equilibrium

pre-asymptotic regime far from equilibrium

$$(\theta < \psi)$$

$$(\theta > \psi = 0)$$

