

学術 俯瞰 意義

※：このマークが付してある著作物は、第三者が有する著作物ですので、同著作物の再使用、同著作物の二次的著作物の創作等については、著作権者より直接使用許諾を得る必要があります。

主 題 科 目 / テ ー マ 講 義 1、2年生対象

国境なき数学

—ことばを越えて社会とともに

コーディネーター・ナビゲーター



栗田 一雄 (工学部)



坪井 俊 (理学部)

インタラクタ



岡本和夫 (大学部 理学と工学連携)

歴史の中を賢く数学

岡本和夫 (大学部 理学と工学連携)

- | | | |
|-----|-------|-------|
| 第1回 | 10/12 | 数学の形 |
| 第2回 | 10/19 | 数学の誕生 |

生命の数学—モデルの力

合原一幸 (生物科学研究)

- | | | |
|-----|-------|-------|
| 第3回 | 10/26 | 脳の数学 |
| 第4回 | 11/2 | ガンの数学 |



通信、符号から現代数学の最先端へ

河東黎之 (工学部)

- | | | |
|-----|-------|---------------------|
| 第5回 | 11/9 | 通信の効率化の数学—ネットワーク符号化 |
| 第6回 | 11/16 | インターネットと暗号の数学 |
| 第7回 | 11/30 | 誤り訂正符号と数学 |



ネットワークの数理—つながりを解く

増田直紀 (工学部)

- | | | |
|------|-------|-----------------|
| 第8回 | 12/7 | ネットワークがもつ普遍的な構造 |
| 第9回 | 12/14 | 不平等性の数理 |
| 第10回 | 12/21 | ネットワーク上の感染症伝播 |



デタラメさの効用と $1+1=0$ の世界

松本 真 (工学部)

- | | | |
|------|------|--------------------------|
| 第11回 | 1/11 | 気付かぬうちに、デタラメさのお世話に |
| 第12回 | 1/18 | デタラメさを作るのって、難しい |
| 第13回 | 1/25 | $1+1=0$ の世界の数学で、デタラメさを作る |



駒場キャンパス 18号館ホール 水曜日 5時開講 (18:20-17:50)

<http://www.gfk.c.u-tokyo.ac.jp/>



国境なき数学

— ことばを越えて社会とともに —

室田 一雄

工学部 計数工学科

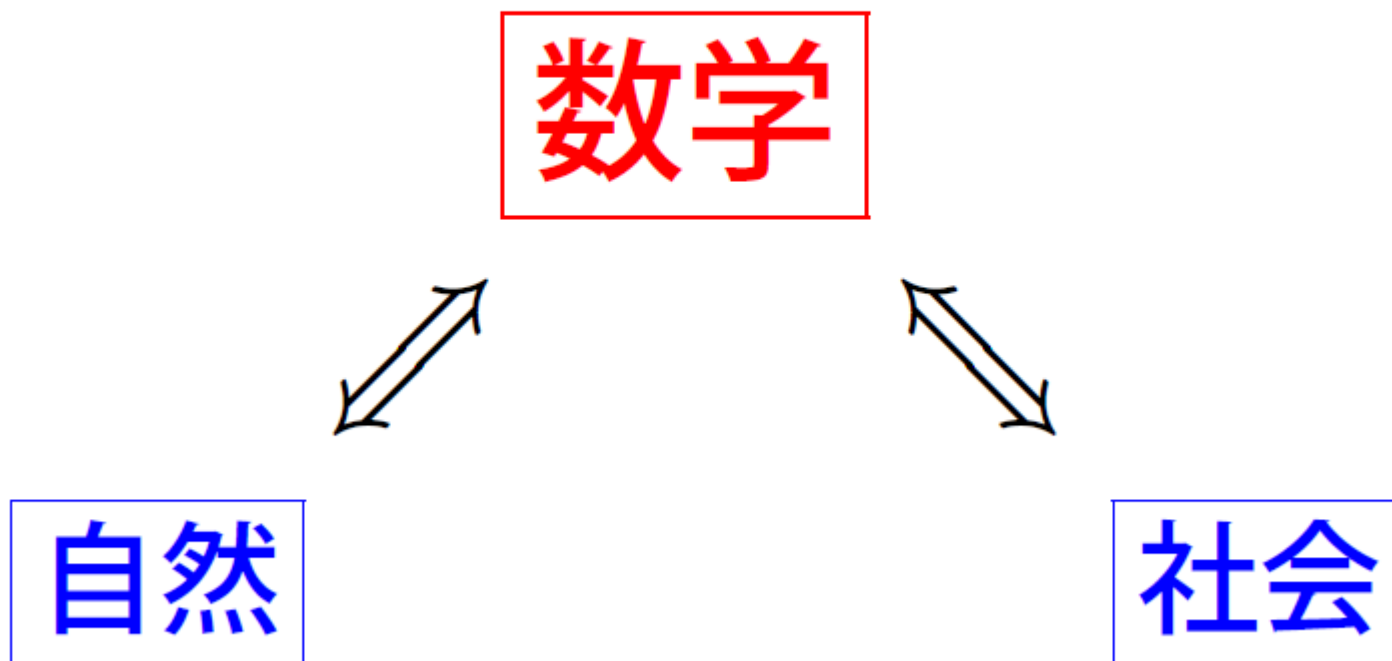
坪井 俊

理学部 数学科

インタラクタ 岡本 和夫

大学評価・学位授与機構

数学を駆動する力



数学を駆動する力

数学



自然

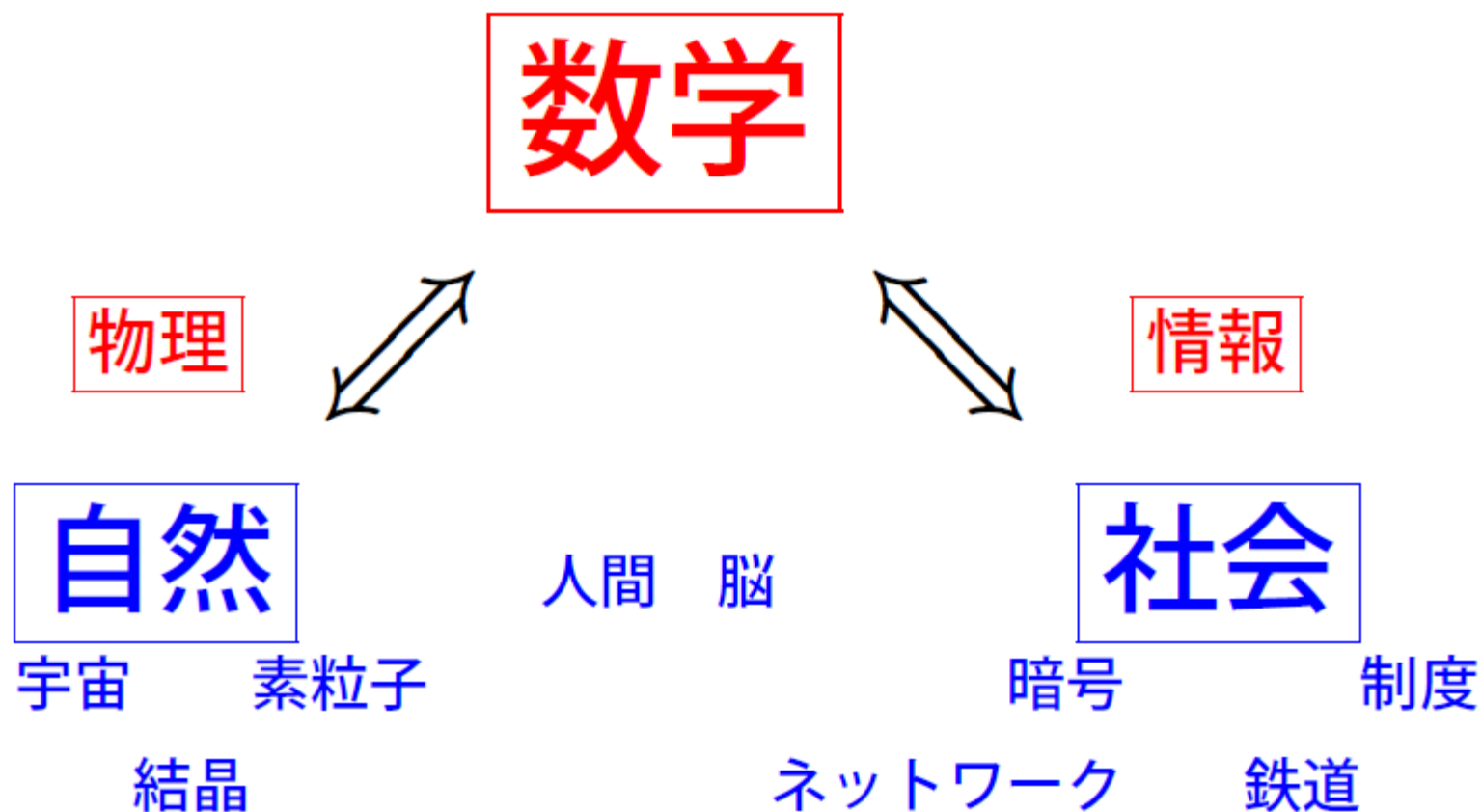
宇宙 素粒子
結晶

人間 脳

社会

暗号 制度
ネットワーク 鉄道

数学を駆動する力



講義内容

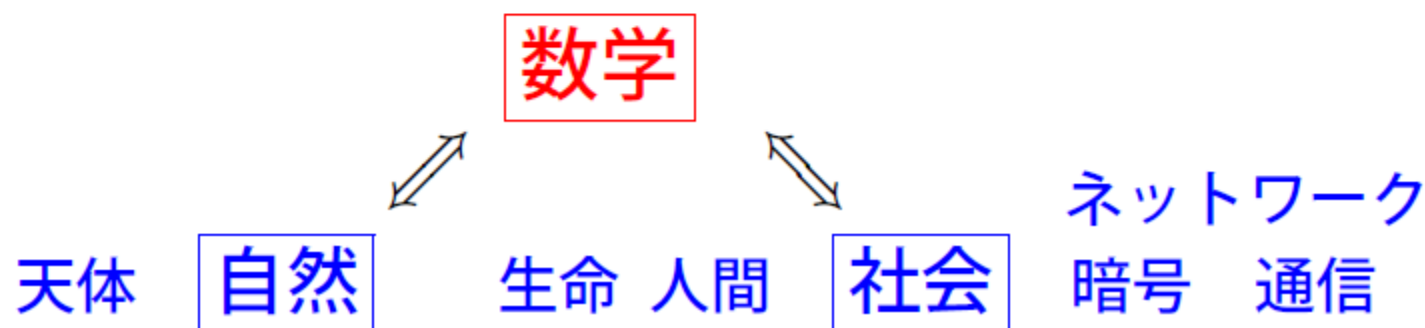
岡本 和夫 「歴史の中を貫く数学」

合原 一幸 「生命の数学—モデルの力」

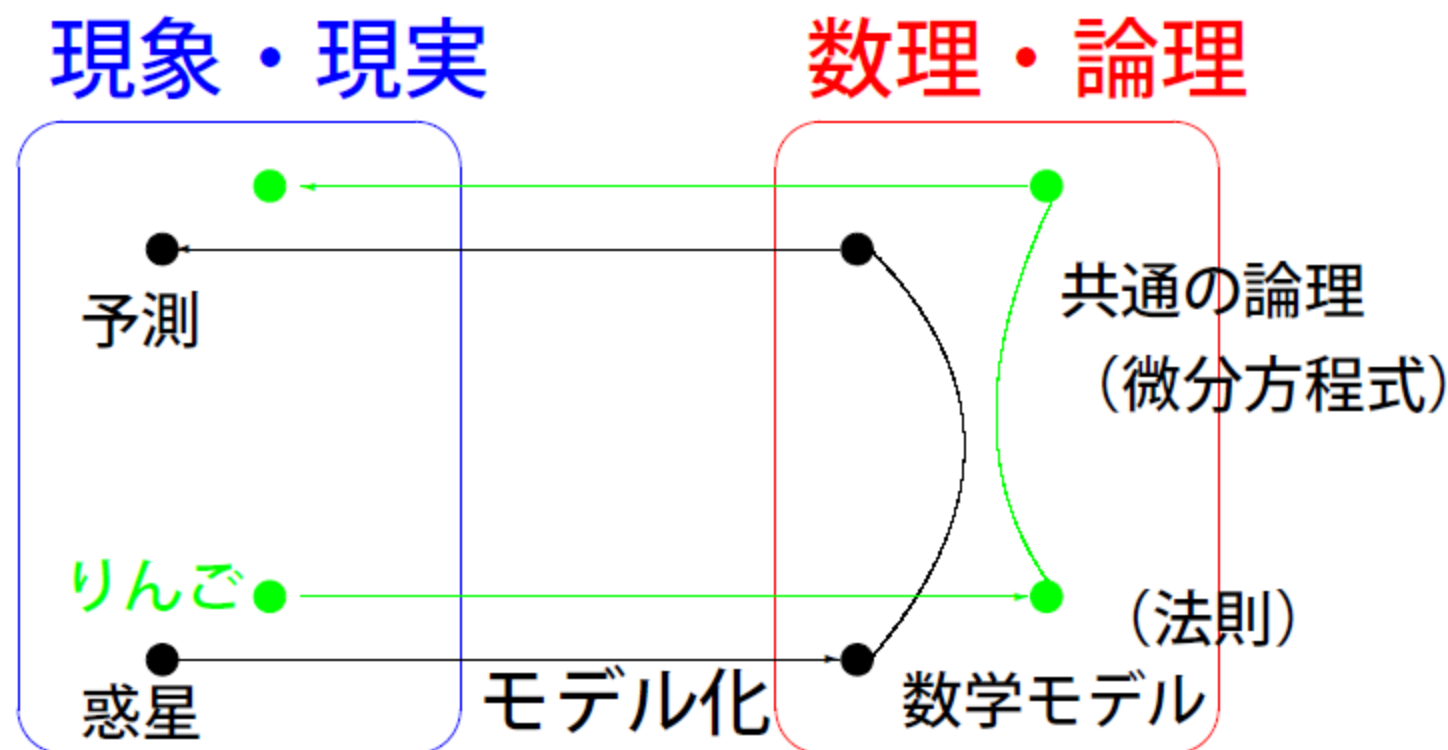
河東 泰之 「通信、符号から現代数学の最先端へ」

増田 直紀 「ネットワークの数理—つながりを解く」

松本 眞 「デタラメさの効用と $1+1=0$ の世界」

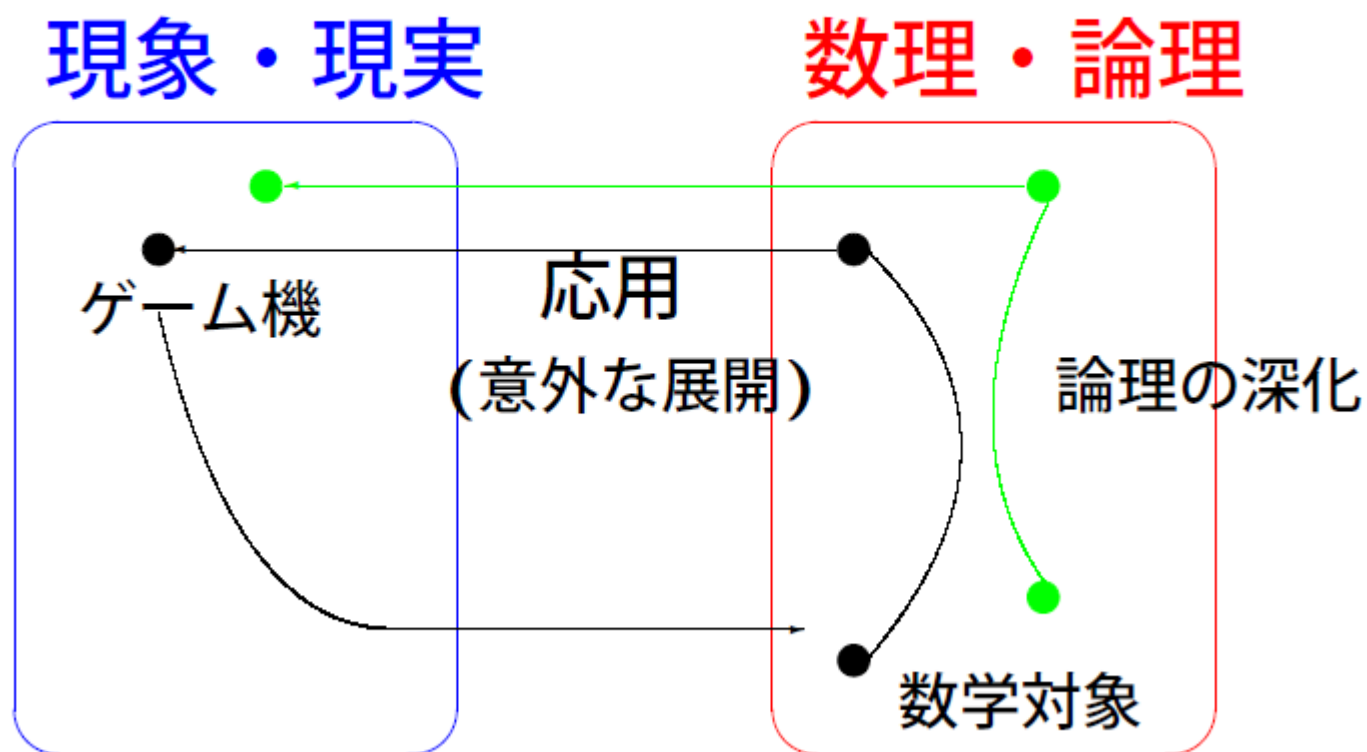


現象と数理(1)



自然という本は 数学という言葉で 書かれている
(Gallileo Gallilei 1564-1642)

現象と数理 (2)



- 言語 としての 数学
 - 道具 としての 数学
 - 対象 としての 数学
-

数学



自然

社会

学術俯瞰講義での数学も3回目になりました

- × 第1回 数理の世界
- × 第2回 数学を創る
- × 第3回 国境なき数学



学術俯瞰講義

社会を根底から変えるパワー

可能性が生まれる

数学の魅力
加藤 和也
北海道大学数学科



現象を解析する
藤原 順吉
東京大学数学科



代数学の世界
～整数論とその応用～
桂 利行
京都大学数学科



最適化の数理
～応用数理の挑戦～
家田 一哉
東京大学数学科



ファイナンスの数学
植岡 成雄
東京大学数学科



幾何学の賞み
古田 幹雄
東京大学数学科



主題科目
テーマ講義

数理の世界

―― 新世紀の数学を語る ――

4月19日 → 7月19日

本曜日 5時限 16時20分 ▶ 17時50分
駒場キャンパス 18号館ホール

<http://www.komed.c.u-tokyo.ac.jp/gfk/>

数学を創る—数学者達の挑戦—

コーディネーター・ナビゲーター: 岡本和夫 (理学部)



数学はどうやって創られたか

岡本和夫 (理学部)、室田一雄 (工学部)

第1回 10/8

数学はどうやって創られたか



ことばを創り、世界を創る

斎藤毅 (理学部)

第2回 10/15

Mathematics "On Campus"

第3回 10/22

数の体系を創る

第4回 10/29

数と図形の共進化



脳と情報の数学を創る

甘利俊一 (理化学研究所)

第5回 11/5

情報の仕組み：驚き、確率、幾何学

第6回 11/12

脳の仕組み：脳内情報の表現、記憶、学習の数理



目の錯覚の数学を創る

新井仁之 (理学部)

第7回 11/19

数学で探る錯視の世界

第8回 11/26

脳の中のウェーブレット

第9回 12/3

錯視が創る新たな数学—ウェーブレットからフレームレットへ—



形を理解するための数学を創る

坪井俊 (理学部)

第10回 12/10

惑星の軌道を理解する

第11回 12/17

多面体の形と曲面の上の軌道の形

第12回 1/14

形の見分け方と数学の視点



文化と数学

岡本和夫 (理学部)

第13回 1/21

文化と数学

教科書にはのっていない数学のお話

駒場キャンパス 18号館ホール 木曜日 5時限 (16:20-17:50)

<http://www.gfk.c.u-tokyo.ac.jp/>

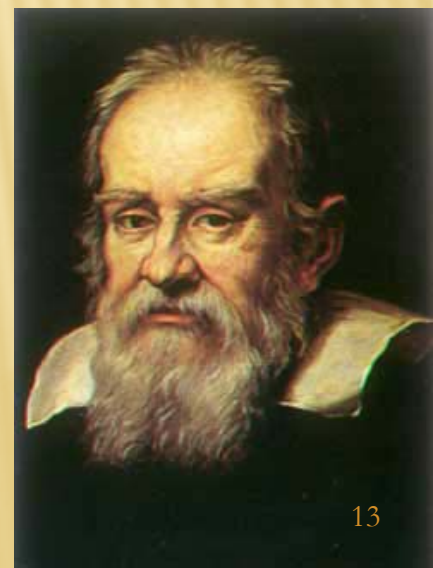


東大ナビ
utnav.jp

このQRコードを読み取ると、東大ナビの検索ページが開きます。
東大ナビの検索ページは、東大ナビの検索ページです。

数学に関する余談（常識）

- ✕ ヨーロッパ中世の自由 7 学科
論理学、文法、修辞学
- ✕ マテマ 4 学科
幾何学、算術、天文学、音楽



数学の3つの形

- 数学、数楽、数が苦
- 言語としての数学
- 道具としての数学
- 対象としての数学



「自然という本は
数学という言葉
で書かれている」

Galileo Galilei
1564-1642



「数学は、
人類が持っている
最も厳密な言葉である」



Wikipediaより転載

http://ja.wikipedia.org/wiki/ファイル:Toshihide_Masukawa-press_conference_Dec_07th,_2008-2.jpg

益川 敏英

1940/02/07-

学術 俯瞰 講義

主 題 科 目 / テ ー マ 講 義 1、2 年 生 対 象
国境なき数学
 ー ことばを越えて社会とともに

コーディネーター・ナビゲーター



室田 一雄 (工学部)



坪井 俊 (理学部)

インタラクタ



岡本和夫 (大学評議会学術委員)

歴史の中を歩く数学

岡本和夫 (大学評議会学術委員)

- | | | |
|-----|-------|-------|
| 第1回 | 10/12 | 数学の形 |
| 第2回 | 10/19 | 数学の誕生 |

生命の数学ーモデルの力

合原一幸 (生命医科学研究)

- | | | |
|-----|-------|-------|
| 第3回 | 10/26 | 脳の数学 |
| 第4回 | 11/2 | ガンの数学 |



通信、符号から現代数学の最先端へ

河東泰之 (理学部)

- | | | |
|-----|-------|---------------------|
| 第5回 | 11/9 | 通信の効率化の数学ーネットワーク符号化 |
| 第6回 | 11/16 | インターネットと暗号の数学 |
| 第7回 | 11/30 | 誤り訂正符号と数学 |



ネットワークの数理ーつながりを解く

増田直紀 (工学部)

- | | | |
|------|-------|-----------------|
| 第8回 | 12/7 | ネットワークがもつ普遍的な構造 |
| 第9回 | 12/14 | 不平等性の数理 |
| 第10回 | 12/21 | ネットワーク上の感染症伝播 |



デタラメさの効用と $1+1=0$ の世界

松本 眞 (理学部)

- | | | |
|------|------|--------------------------|
| 第11回 | 1/11 | 気がめううちに、デタラメさのお世話に |
| 第12回 | 1/18 | デタラメさを作るのって、難しい |
| 第13回 | 1/25 | $1+1=0$ の世界の数学で、デタラメさを作る |



駒場キャンパス 18 号館ホール 水曜日 5 時限 (18:20-17:50)
<http://www.gfk.o.u-tokyo.ac.jp/>



学術俯瞰講義

「国境なき数学」

— ことばを越えて社会とともに —

2011年度冬学期

第1回「歴史の中を貫く数学」

2011/10/12 岡本和夫

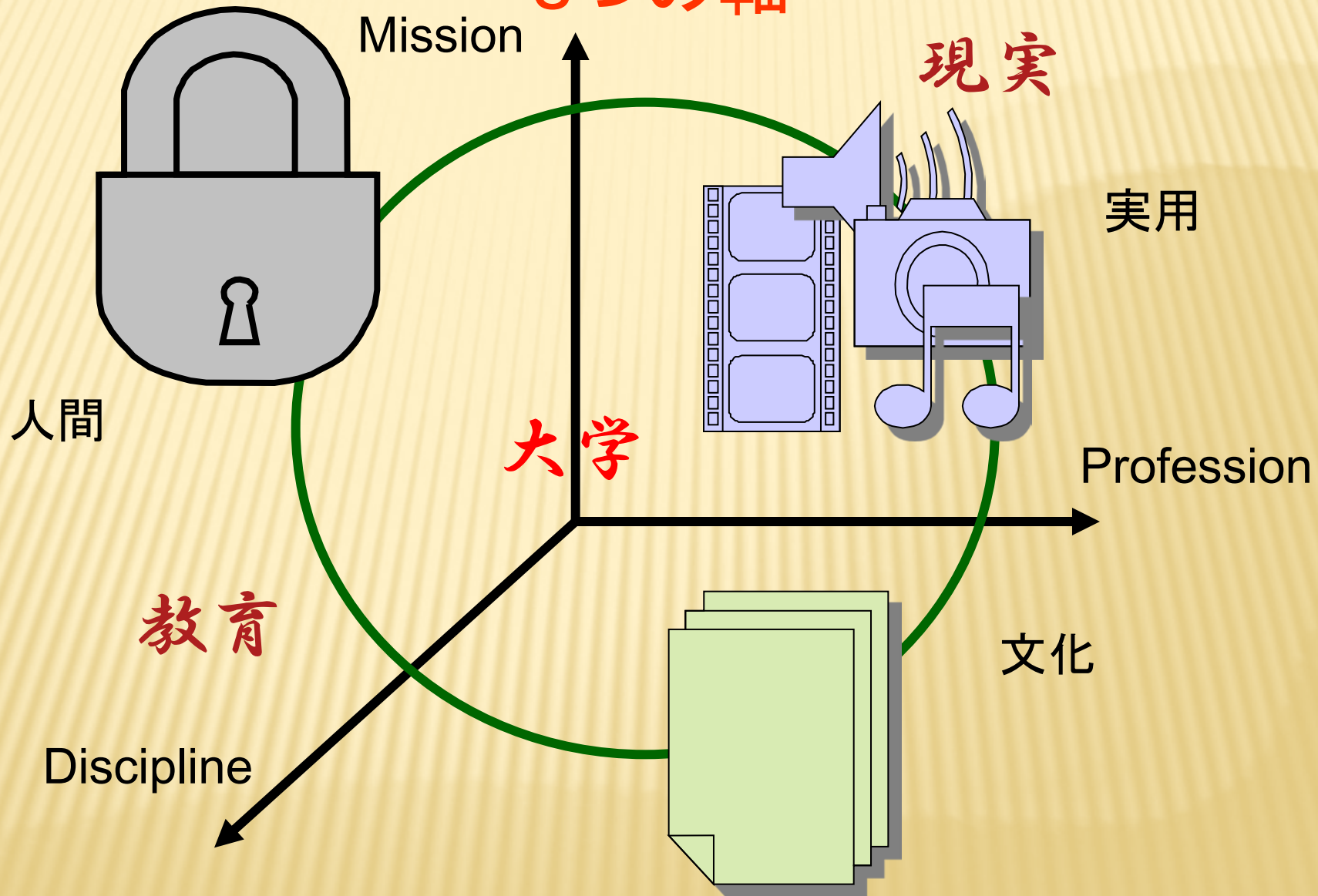
授業のプラン

数学の広がりや、古典的な題材を選んで振り返ってみよう。

併せて

- ✕ 数学とはどんな学問か考えてみよう。
- ✕ 諸科学と数学の関係を考えてみよう。
- ✕ 数学史の授業ではありません。
- ✕ むしろ、現代に生きる古典を見よう。

3つの軸



俯瞰

Mission

$$n! \approx \sqrt{2n\pi} \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

考え方

Profession

たて型

よこ型

value

自由な切り口

Discipline

数学の歴史的発展を平面的に描けば……



例えば天才が現れて……

それが広がっていく……



Wikimedia Commonsより転載(2011/10/18)
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Evariste_galois.jpg

加藤文元著
『ガロアー天才数学者の生涯』
中公新書、2010年

Evariste Galois
1811/10/25-1832/05/31

自分史を
振り返って
みましょう

算数で難しい
ことは何でし
ょうか？

分数のかけ算と割り算

$$\frac{7}{9} \times \frac{5}{6} = \frac{7 \times 5}{9 \times 6}$$

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{2 \times 7}{5 \times 3}$$

かけ算と同じルールでも・・・

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{2 \div 3}{5 \div 7}$$

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3 \times 7}{5 \times 3 \times 7} \div \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3 \times 7 \div 3}{5 \times 3 \times 7 \div 7}$$

比の値

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = x : 1$$

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} : \frac{3}{7} \times \frac{7}{3}$$

中学校数学では
量ではない数
を初めて知る。

計算が形式化
すること
で
幅が広がる。

そして、高等学校

複素数の役割

**「複素平面」の応用
から**

調和振動の方程式

複素数の不思議

- × 複素数 $z = x + iy$ は人工的な数
- × 二次方程式 $i^2 + 1 = 0$ の根は虚数
- × 根の公式がいつでも使える

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$z = x + iy$$

—

$$\bar{z} = x - iy$$

$$z_1 = x_1 + iy_1$$

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$$

$$z_2 = x_2 + iy_2$$

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2)$$

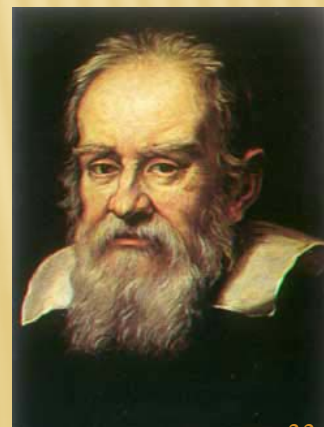
$$z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + x_2 y_1)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i \frac{-x_1 y_2 + x_2 y_1}{x_2^2 + y_2^2}$$

因数分解らしい公式

$$x^3 + a^3 + b^3 - 3abx = (x + a + b)(x^2 + a^2 + b^2 - ax - bx - ab)$$

右辺を展開すると
確かに成り立つ



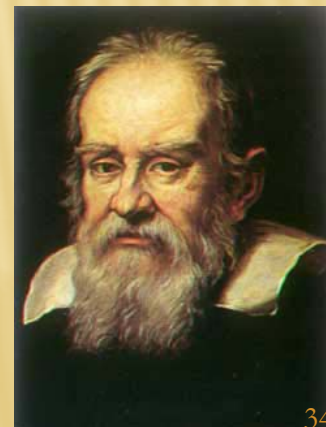
$$x^3 + a^3 + b^3 - 3abx$$

において $a \Rightarrow \omega a$ $b \Rightarrow \omega^2 b$ とすると

$$x^3 + a^3 + b^3 - 3abx \Rightarrow x^3 + a^3 + b^3 - 3abx$$

ただし $\omega^3 = 1$

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0$$



三次方程式の根の公式

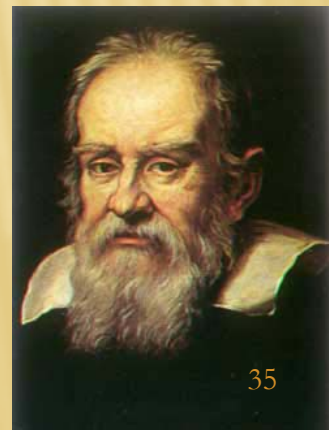
$$x^3 + a^3 + b^3 - 3abx =$$

$$(x + a + b)(x^2 + a^2 + b^2 - ax - bx - ab)$$

$$x^3 + a^3 + b^3 - 3abx =$$

$$(x + a + b)(x + \omega a + \omega^2 b)(x + \omega^2 a + \omega b)$$

この因数分解から
三次方程式の根の公式
が出る！



$$x^3 + a^3 + b^3 - 3abx =$$

$$(x + a + b)(x + \omega a + \omega^2 b)(x + \omega^2 a + \omega b)$$

$$u = a^3 + b^3, v = ab,$$

$$x^3 - 3vx + u = 0,$$

$$t^2 - ut + v^3 = 0,$$

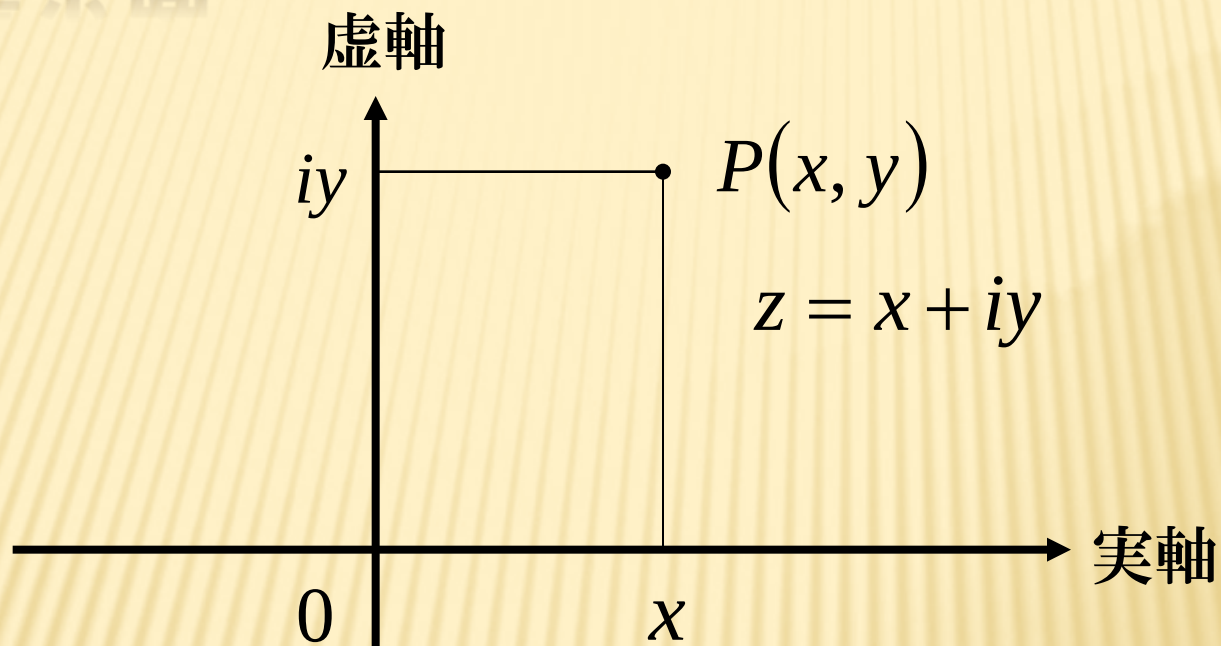
複素数は何を表しているか。

- × 数は量と対応している。
- × 複素数はどのような「量」をあらわすのか？
- × 代数ばかりではなく、解析学で複素数をみる。
- × のちほど、簡単な物理モデルを取り上げましょう



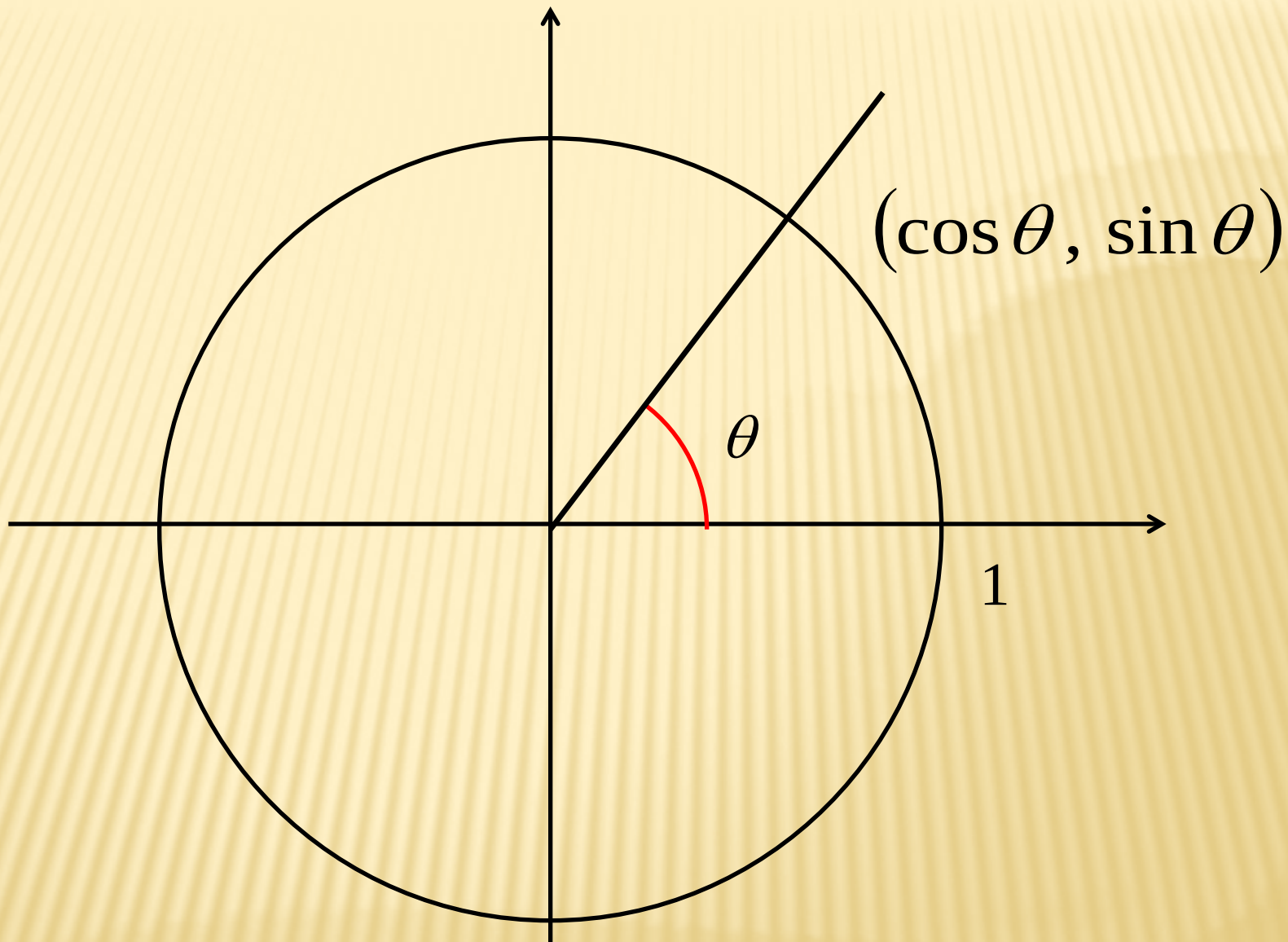
Carl Friedrich Gauss
1777-1855

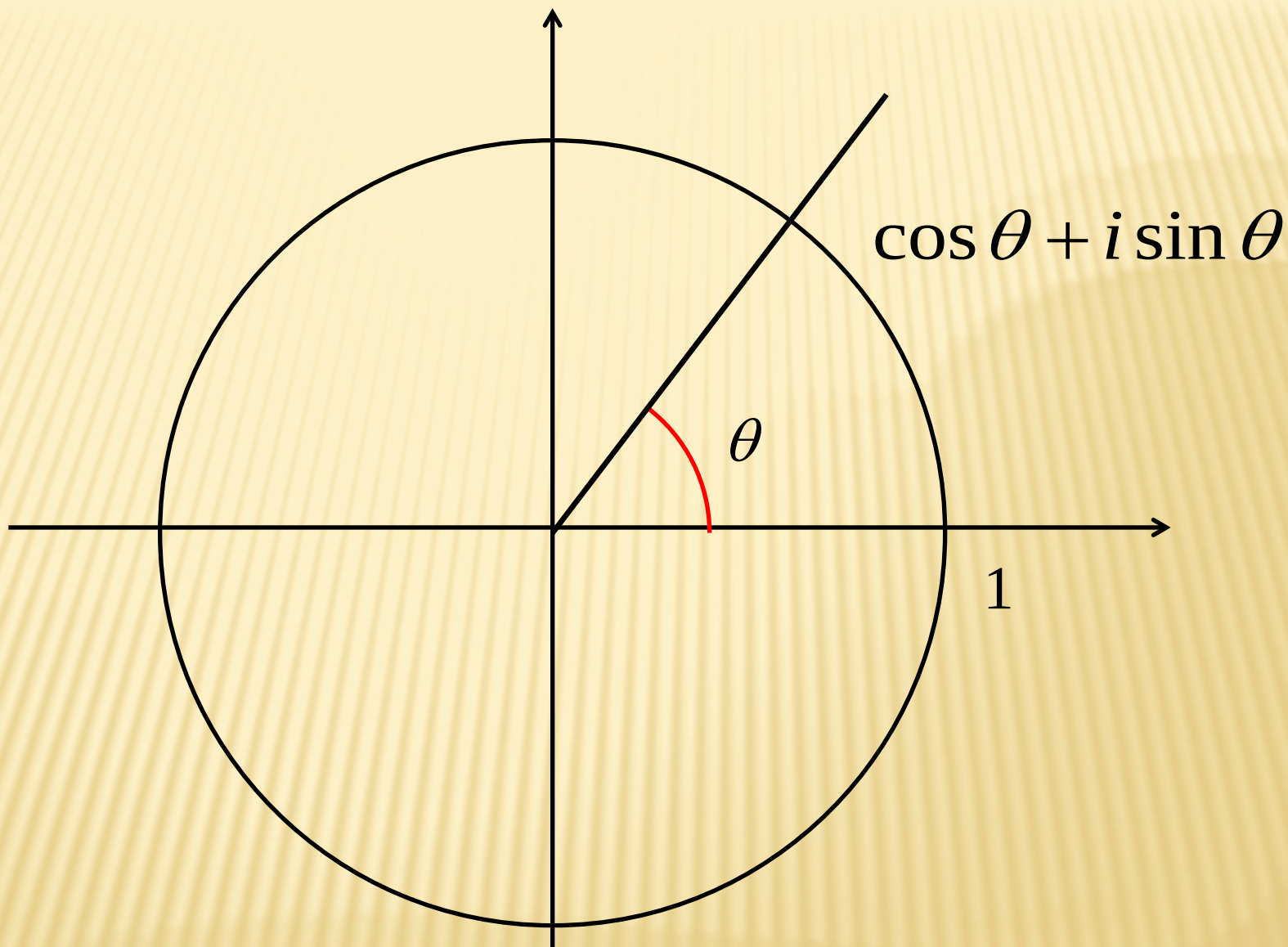
複素平面



数学のお作法です！







$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

もっとも美しい等式

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Leonhard Euler
1707-1783



複素数の極表示

$$z = re^{i\theta}$$

$$r = \sqrt{|z\bar{z}|}$$

$$\theta = \arg z$$

$$z_1 = r_1 e^{i\theta_1}$$

$$z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$$

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

少し深入りして、
複素平面の幾何学を少々

平面幾何を複素平面上で考える

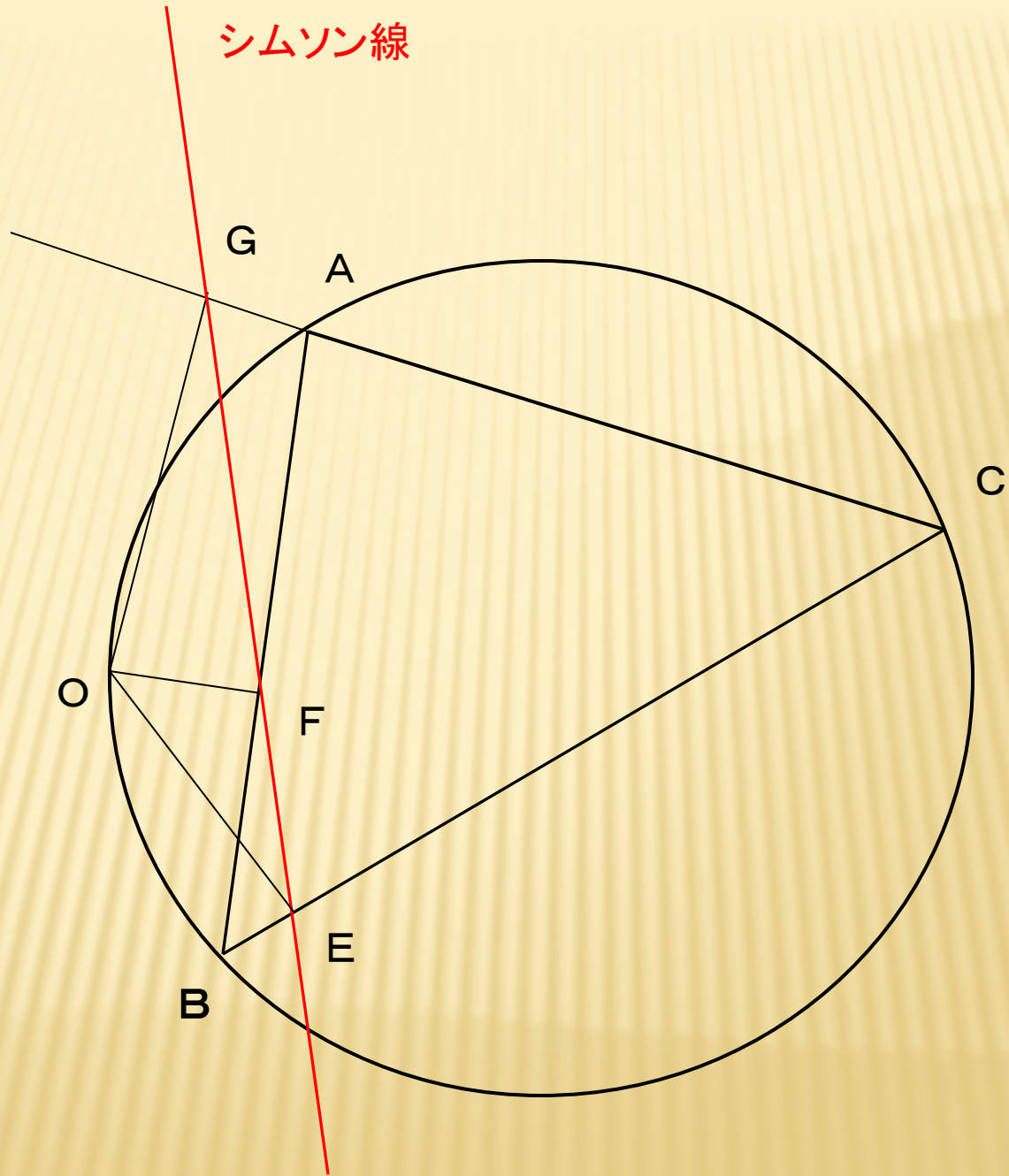


Euclid of Alexandria
BC 325(?) - BC 265(?)

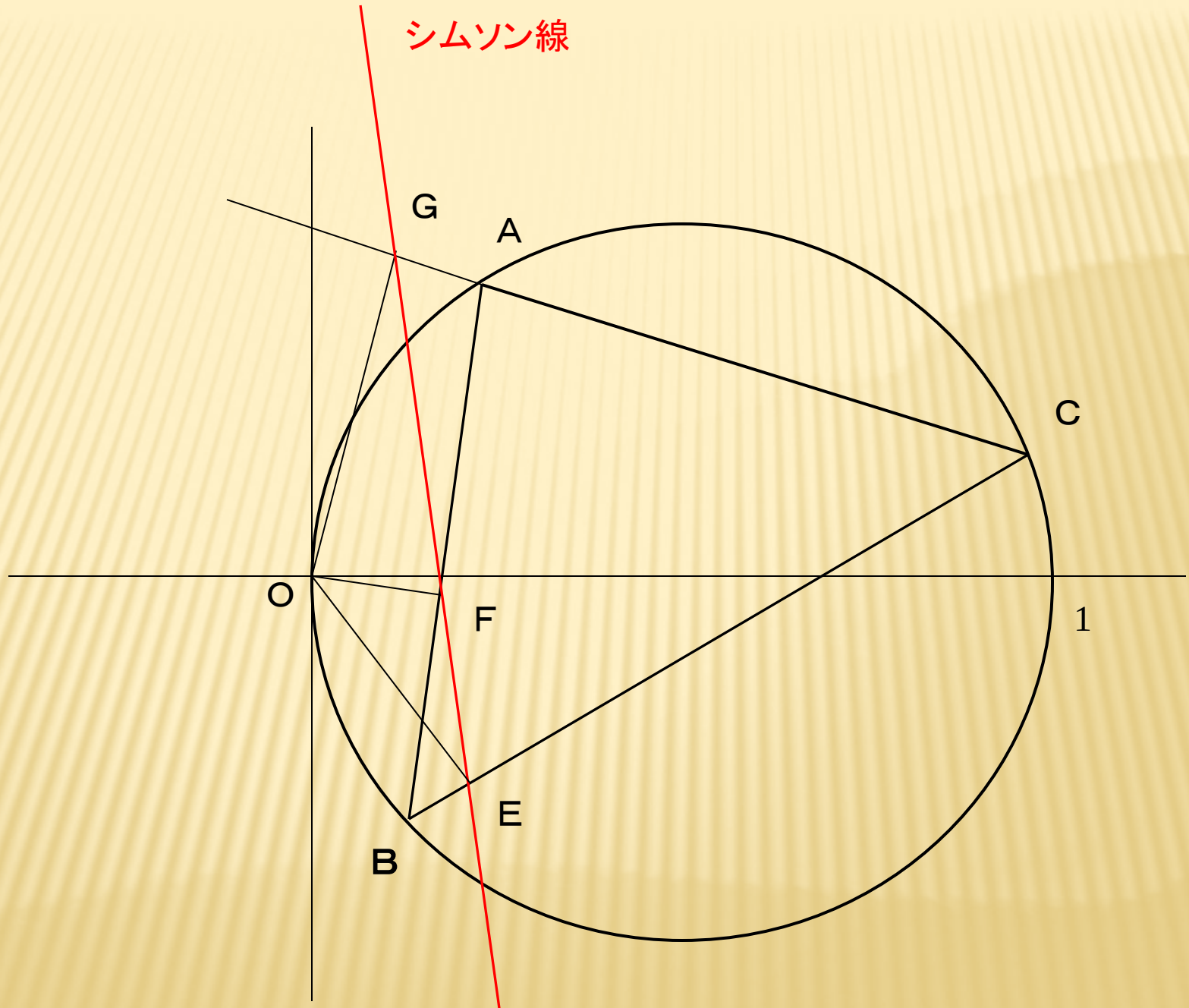
シムソンの定理

円に内接する $\triangle ABC$ の各辺あるいはその延長上に、 A 、 B 、 C 、と異なる円周上の1点 O から下ろした垂線の足 E 、 F 、 G 、は一直線上にある。

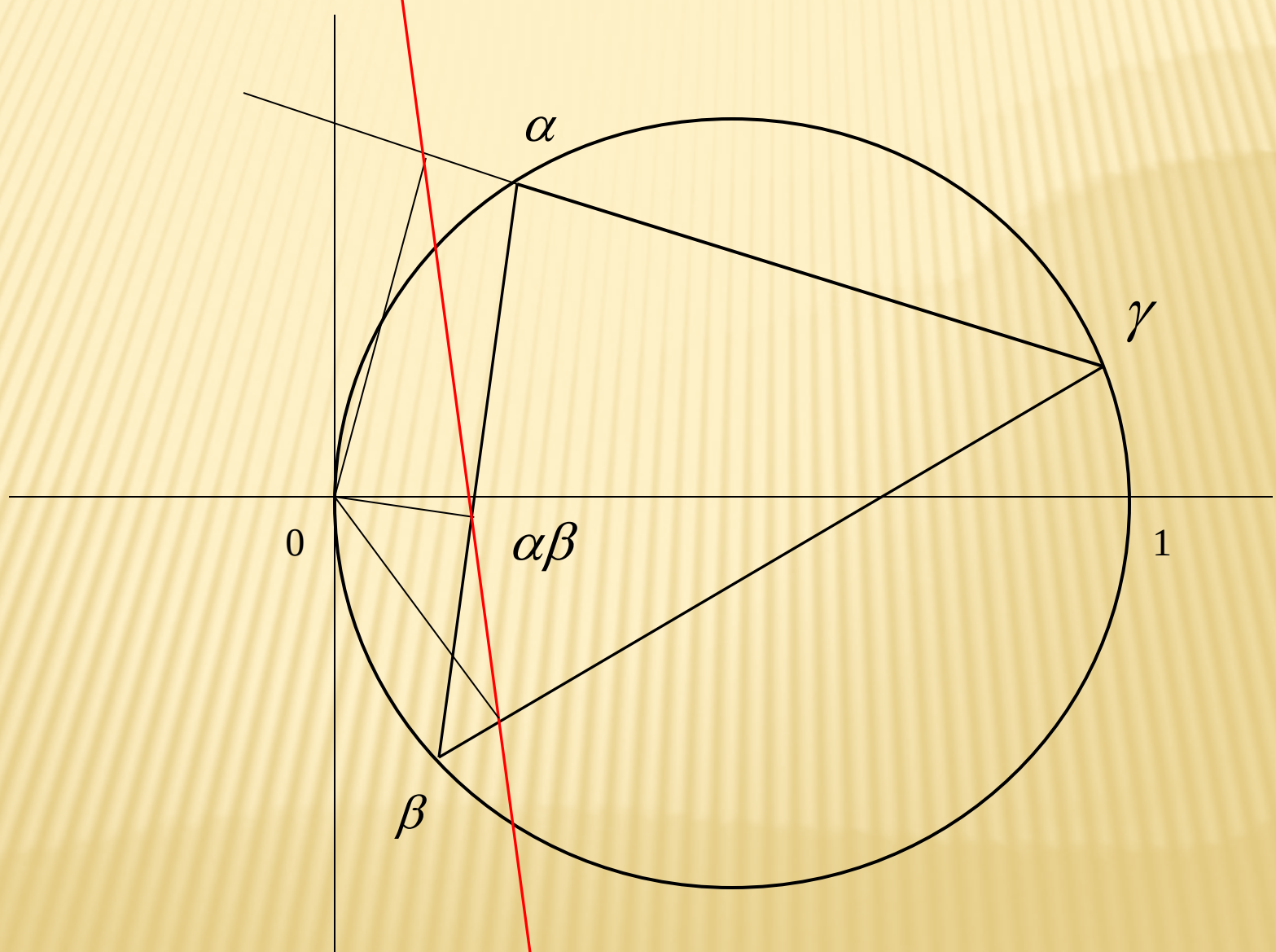
シムソン線



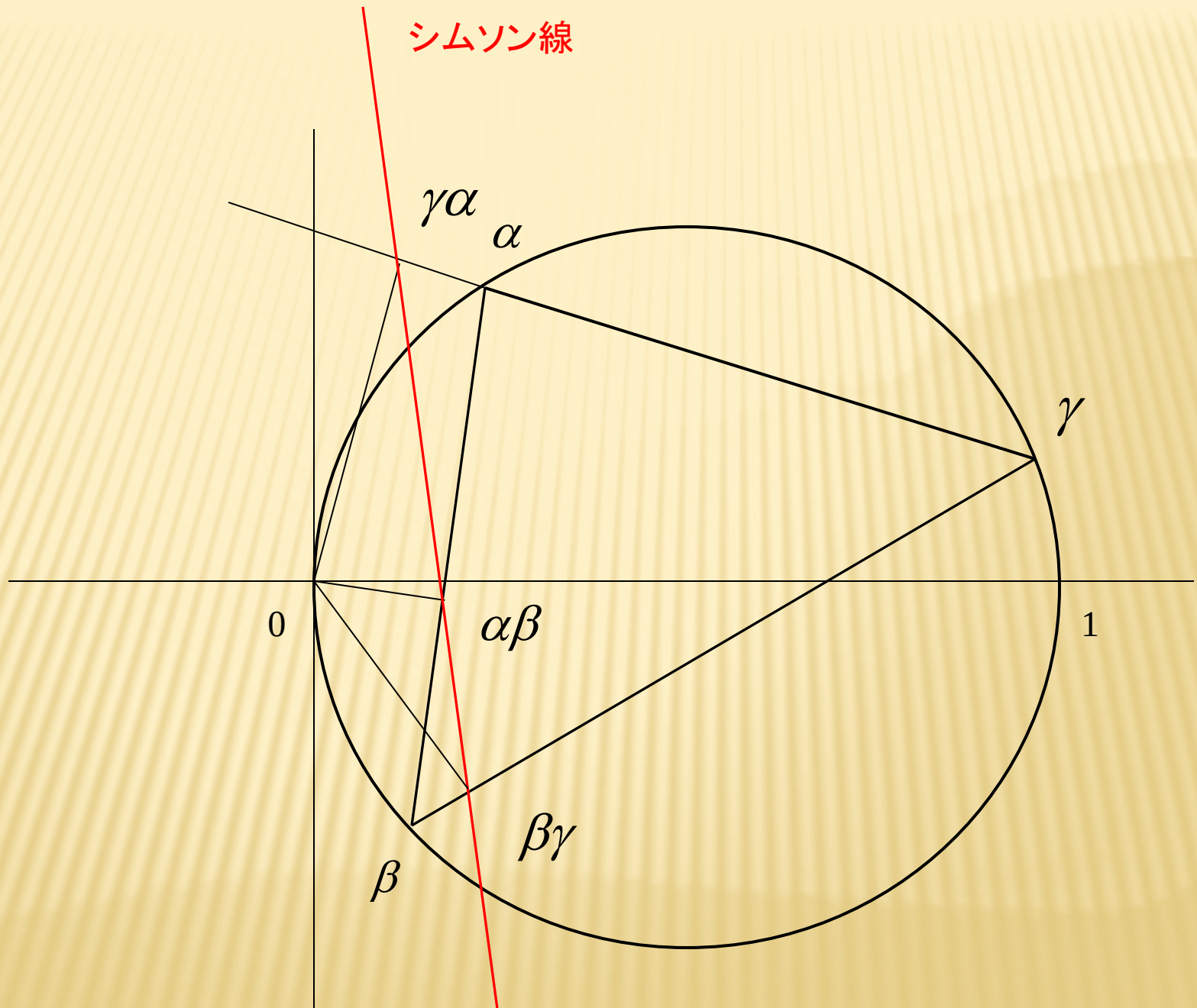
シムソン線



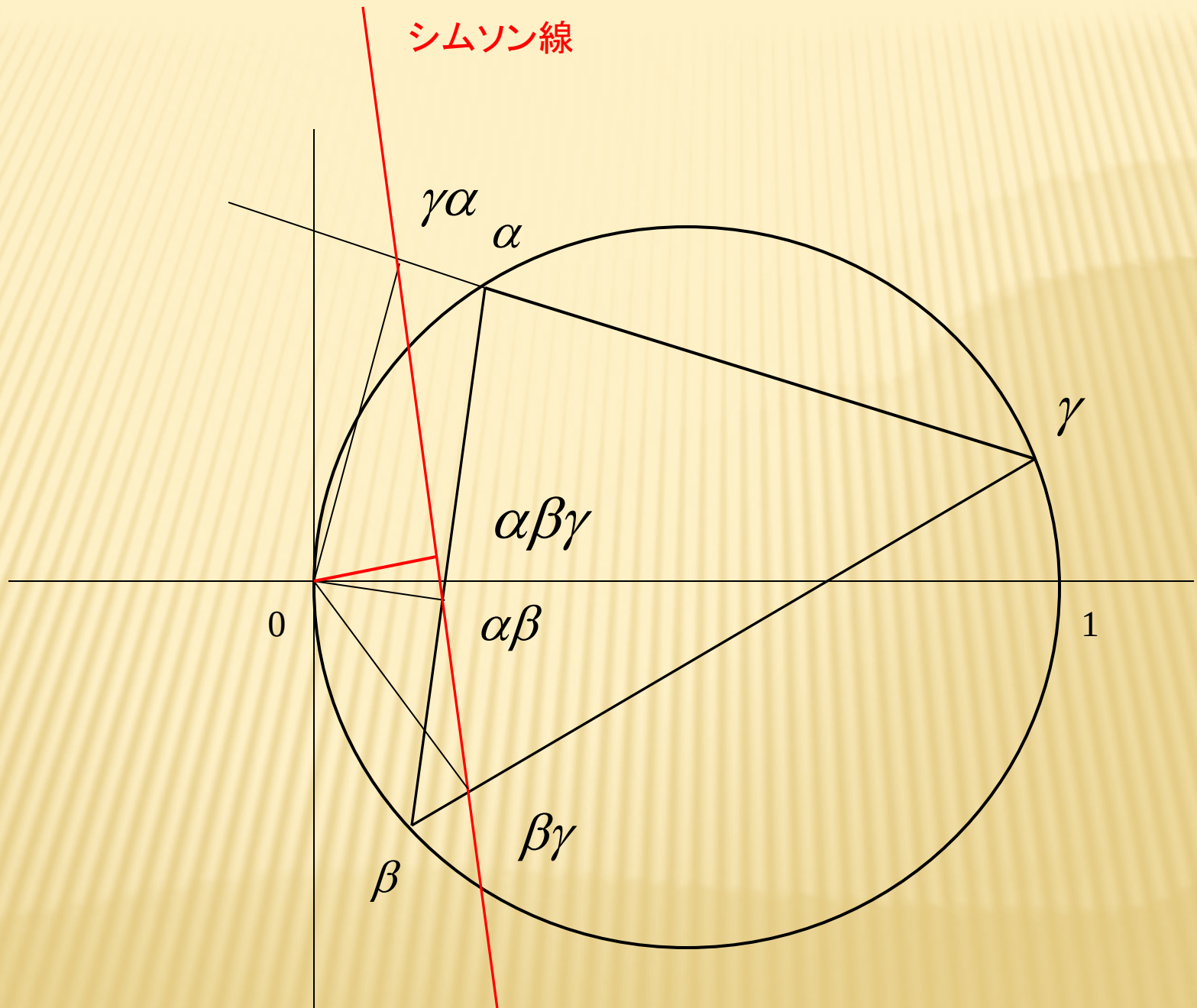
シムソン線



シムソン線



シムソン線

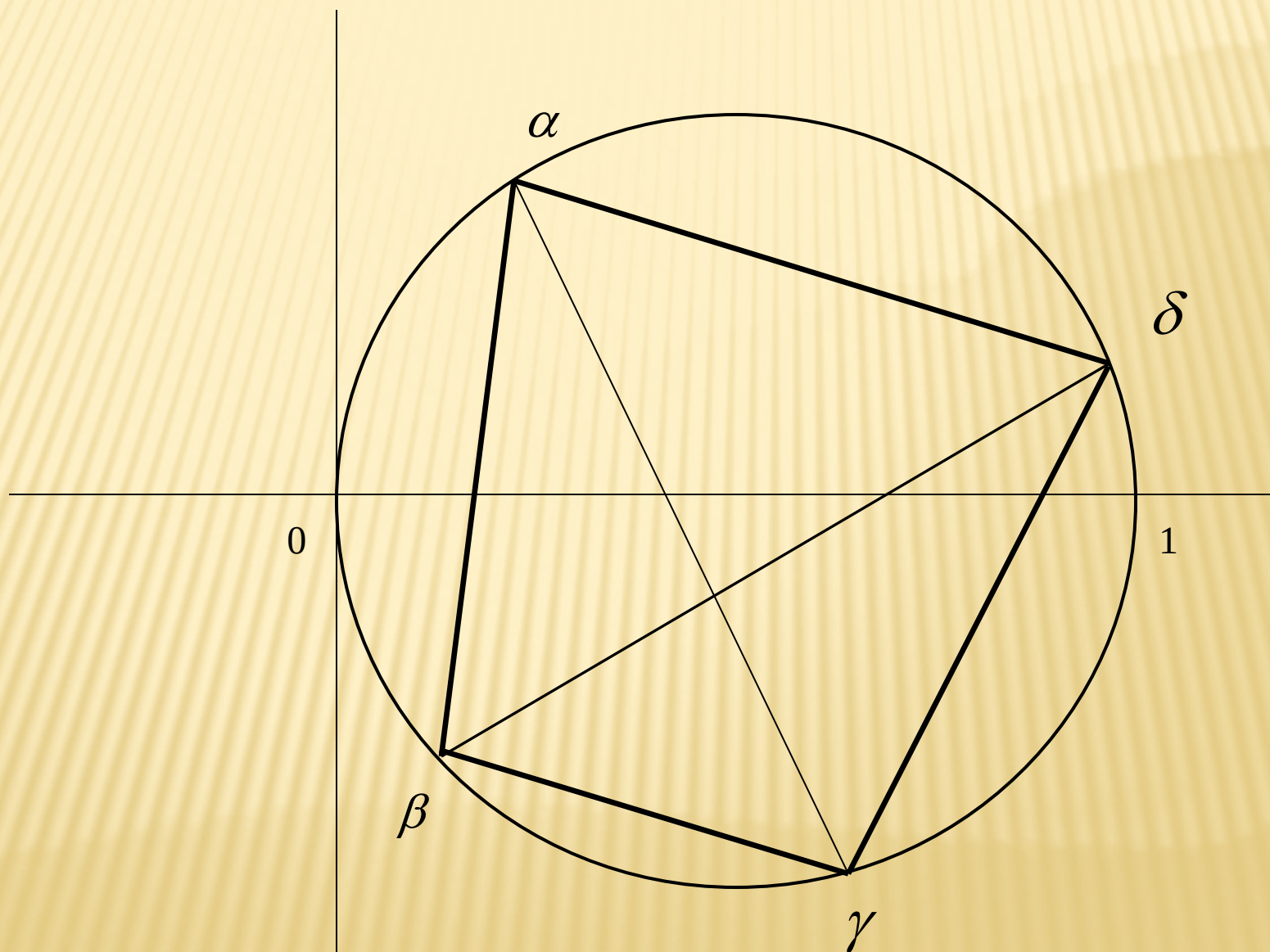


$\alpha\beta$

$\beta\gamma$

$\gamma\alpha$

$\alpha\beta\gamma$



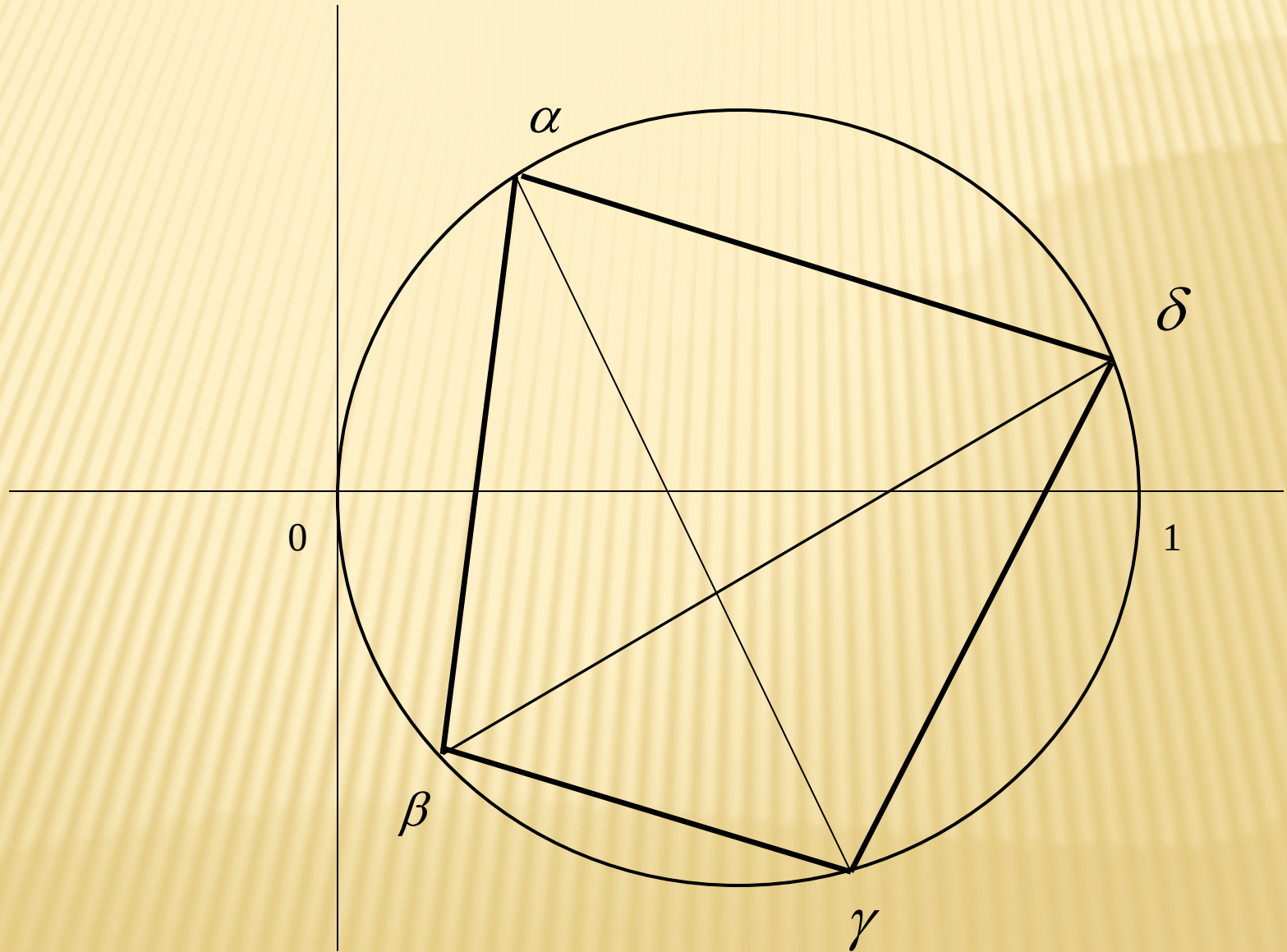
$\alpha\beta\gamma$

$\alpha\beta\delta$

$\alpha\gamma\delta$

$\beta\gamma\delta$

$\alpha\beta\gamma\delta$



$\alpha\beta\gamma\delta$

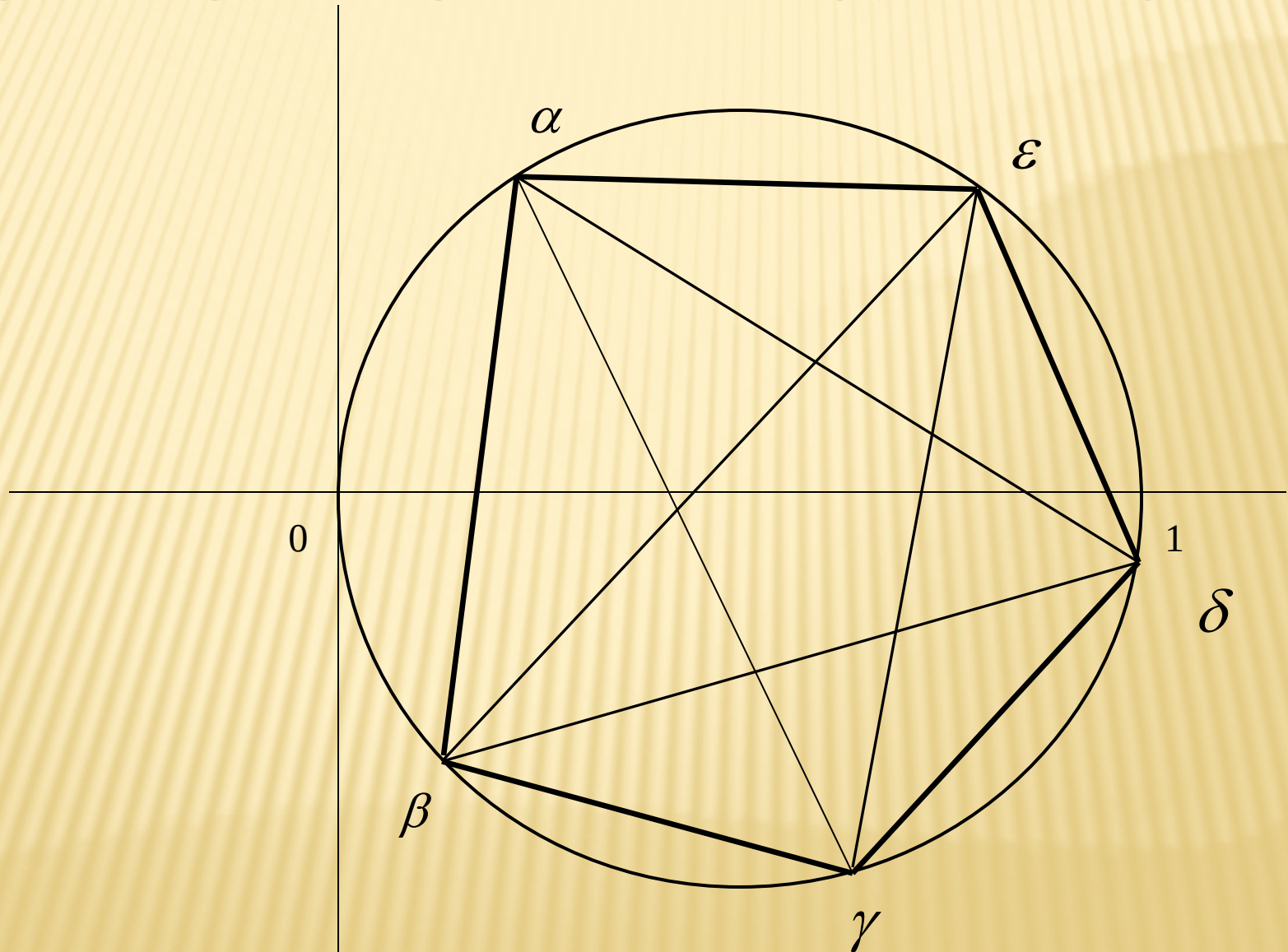
$\alpha\beta\gamma\varepsilon$

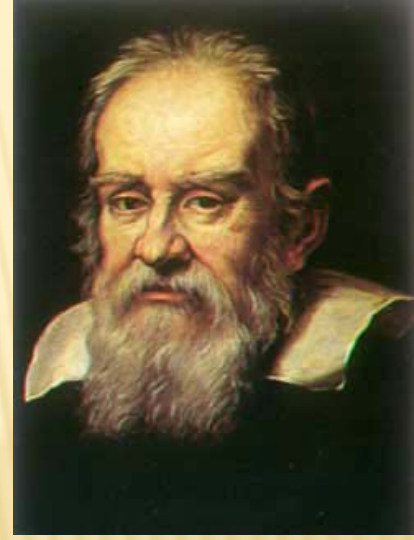
$\alpha\beta\delta\varepsilon$

$\alpha\gamma\delta\varepsilon$

$\beta\gamma\delta\varepsilon$

$\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$

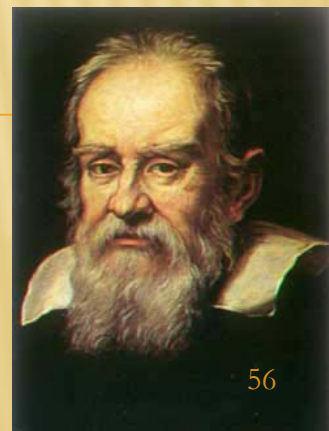


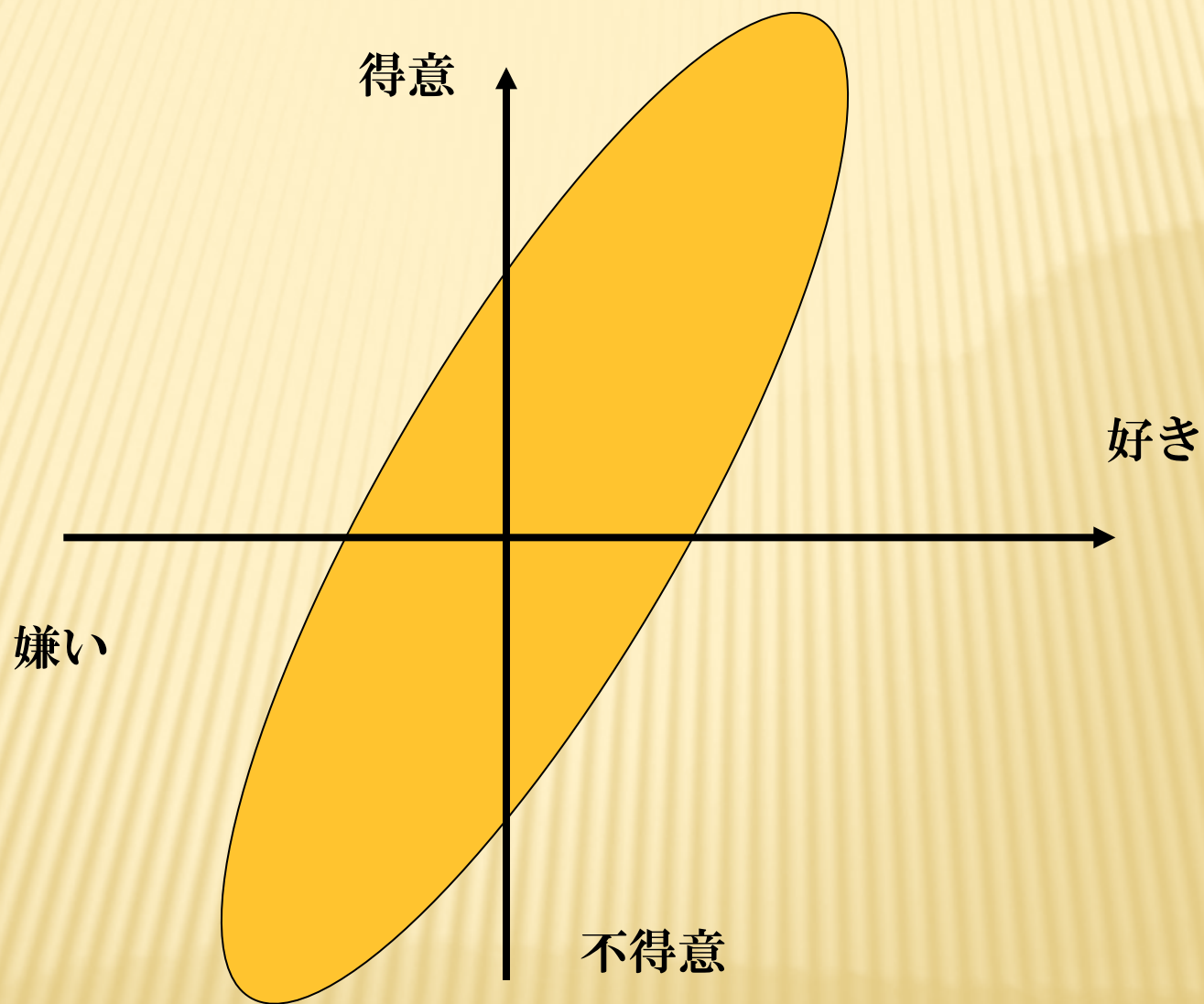


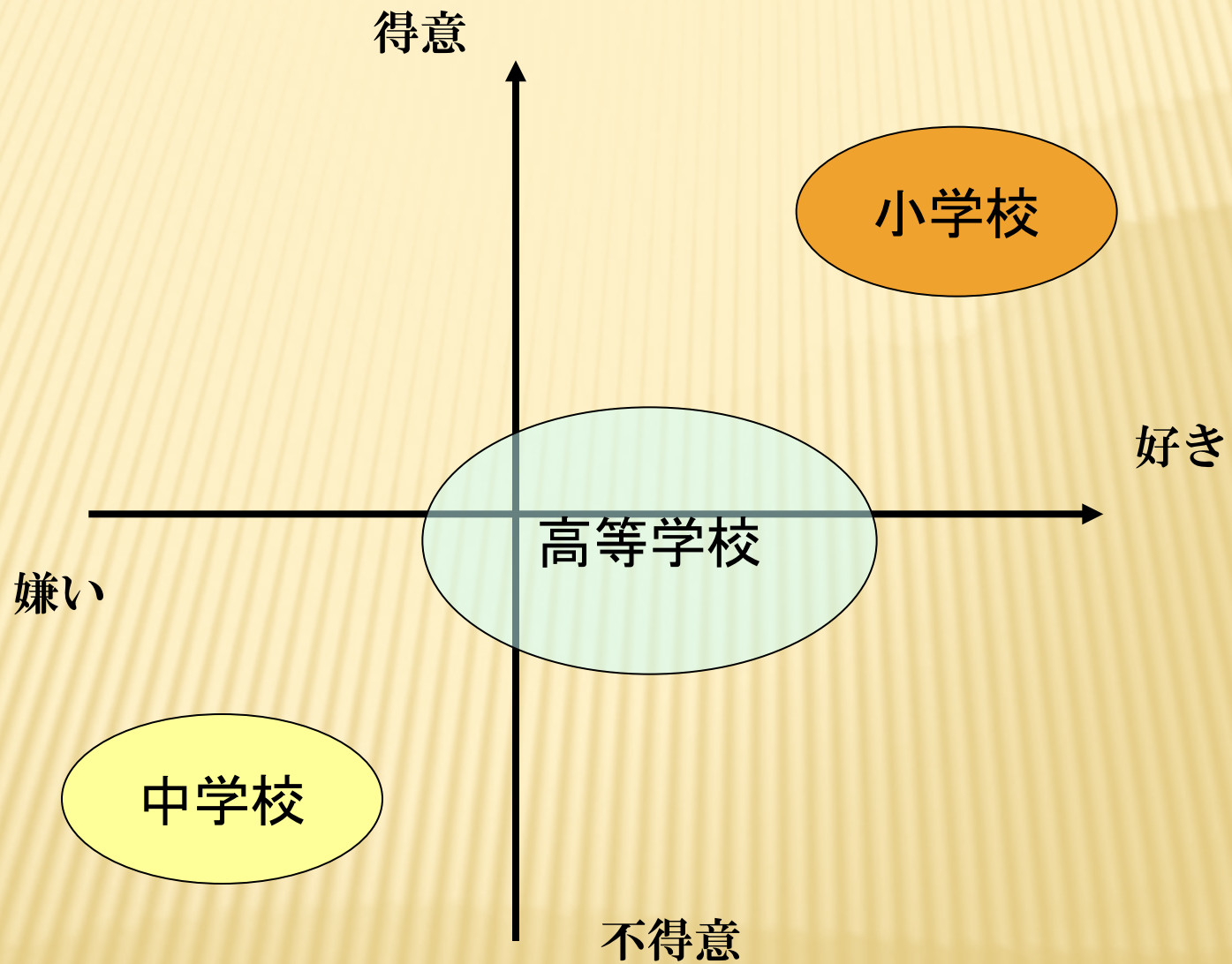
自然科学と数学の関係
を見ていきますが、
その前に・ ・ ・

一番大切なこと！

あなたは
数学が好きですか？







個人的には・・・

- ✕ 高等学校の頃は、数学は好きでしたが、歴史学はもっと好きでした。
- ✕ 物理学は大学に入ってからでも嫌いでした。
- ✕ 数学を専門に勉強するようになってから、物理学が好きになりました。
- ✕ 数学科の授業で不得意な分野が専門になりました。
- ✕ 私の専門は物理数学です。

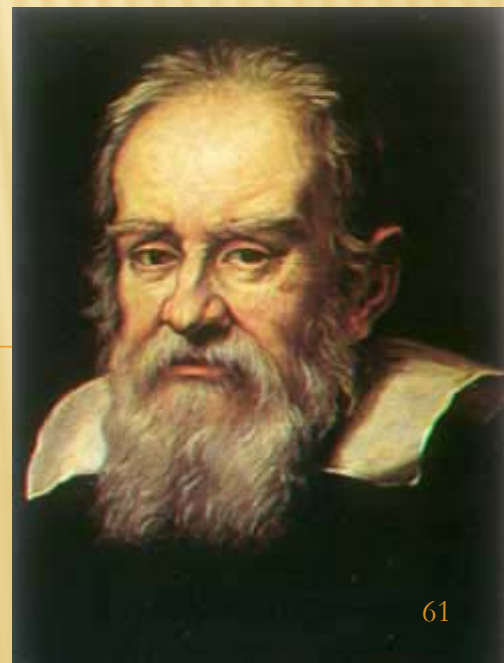
数学の役割

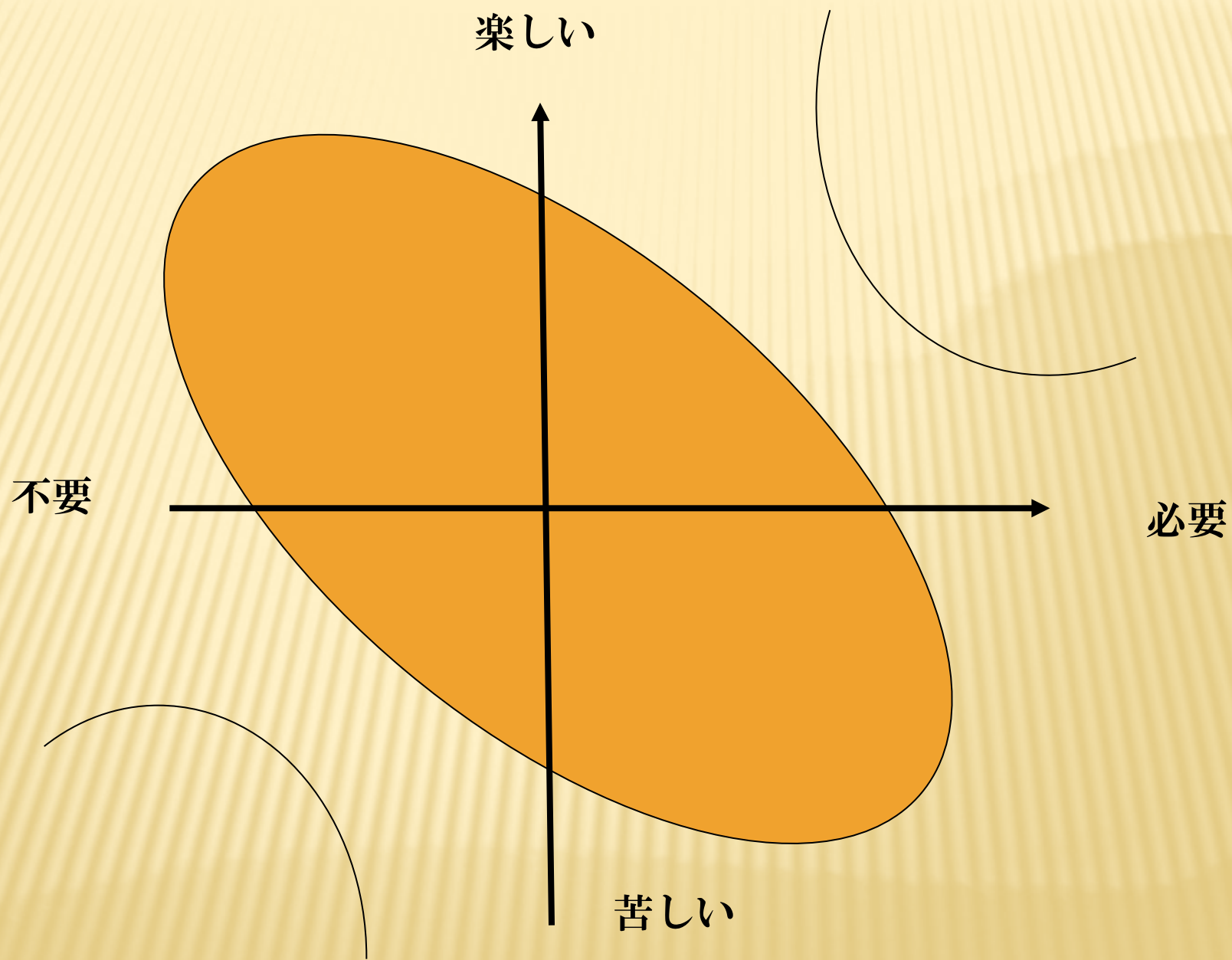
数学は役に立つ？
立たない？

「役に立つ」とは危険なお言葉！

あなたはと思いますか？

数学は社会に必要で
しょうか？





セキュリティを支える基本定理

× ユークリッドの互除法

44と35は互いに素で、

$$4 \times 44 + (-5) \times 35 = 1$$

× 中国剰余定理

3で割ると2余り、5で割ると1余り、

7で割ると4余る。

その数はいくつ？

ユークリッドの互除法

a と b の最大公約数を d とすると

適当な整数 n と m を選んで

$$na + mb = d$$

とすることが出来る。

615, 270

$$615 = 2 \times 270 + 75$$

$$270 = 3 \times 75 + 45$$

$$75 = 1 \times 45 + 30$$

$$45 = 1 \times 30 + 15$$

$$75 = 2 \times 45 - 15$$

$$2 \times 270 = 7 \times 75 + 15$$

$$7 \times 615 = 16 \times 270 - 15$$

$$15 = (-7) \times 615 + 16 \times 270$$

日本の西洋数学

- ✕ 江戸時代後期から入ってきたが、本格的には明治以降
- ✕ 教育上の要請もあって、海軍を中心に訳語を制定、数学、函数など。
- ✕ 菊池大麓の「言文一致運動」



菊池大麓
1855-1917



Wikipediaより転載

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/3b/Kikuchi_Dairoku.jpg/
461px-Kikuchi_Dairoku.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/3b/Kikuchi_Dairoku.jpg/461px-Kikuchi_Dairoku.jpg)

近代日本の数学の発展

- × 高木貞治の類体論

西洋に遅れること50年と言ったが...

- × 小平邦彦の曲面論

- × 伊藤清の確率解析

- × 広中平祐の代数幾何学

- × 森重文の代数幾何学



高木貞治
1875-1960



<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/summary/gallery.html>

©copyright 2006 Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo All rights reserved.

数学とは何か考える

- ✕ 数学とはどんな学問だろうか
- ✕ 数学はどこで育ったのか
- ✕ 数学は何から生まれたのか
- ✕ 数学は言葉？
- ✕ 数学は道具？

数学の3つの形

× 数学、数楽、数が苦

× 言語としての数学

× 道具としての数学

× 対象としての数学

言語としての数学の発展

- × 数字
- × 計算
- × 表記法
- × 空間認識



François Viète
1540-1603

道具としての数学の発展

× 観測

暦から天文学へ

× 測定

測度から空間認識へ

× 自然、とりわけ物理学

自然科学と時空認識