

学術俯瞰講義

多彩な物質の世界

宇宙から地球への遥かな旅

原子・電子・分子のふるまいが生む物質の多様性

第6回

量子の世界：

ナノサイエンス，超伝導・超流動



東京大学物性研究所
家 泰弘



今日のお話

- 量子力学について
 - 量子干渉, トンネル効果
- ナノサイエンス
 - メゾスコピック物理
 - 走査プローブ顕微鏡
- 巨視的量子現象
 - 超流動
 - ボース凝縮
 - 超伝導
- まとめ

量子力学について

量子力学

ミクロの世界のふるまいを記述する理論体系

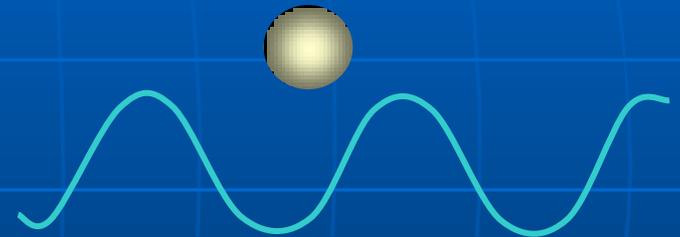
原子・分子の構造

固体の中の電子のふるまい

光と物質

光 波であり粒子である

電子 粒子であり波である



粒子だとか波だとかいうのは、われわれが日常的な(古典力学的な)現象の類推で、量子力学をイメージしようとするときにそういう言葉しか持ち合わせないことの反映

粒子性: 離散的, 1個1個

波動性: 重ね合わせ, 干渉

量子力学的粒子は波としての ふるまいも示す

ド・ブロイ(de Broglie)波長

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

運動量

例：100Vで加速された電子のド・ブロイ波長

$$E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE}$$

低速電子線回折(LEED)

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \\ &= \frac{6.62 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 0.91 \times 10^{-30} \times 100 \times 1.6 \times 10^{-19}}} \\ &= 1.23 \times 10^{-10} \text{ m} \quad \lambda = 0.12 \text{ nm}\end{aligned}$$

古典的粒子(たとえばテニスボール)のド・ブロイ波長は極めて短い

波動関数

粒子の状態は波動関数 $\psi(x, y, z, t)$ によって記述される

粒子の存在確率は $|\psi(x, y, z, t)|^2$ で与えられる

波動関数の時間発展はシュレーディンガー方程式

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi(x, y, z, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V(r) \right) \psi(x, y, z, t) \quad \text{に従う}$$

線型方程式 \Rightarrow 重ね合わせの原理

$$\psi_1, \psi_2 \Rightarrow \psi_1 + \psi_2 \Rightarrow \text{量子干渉}$$

量子力学における測定

一般に、量子力学は「同じ状態」に対してある物理量の測定を繰り返したときの測定値の確率分布を与えるが、個々の場合に得られる測定値は与えない。

測定によって、状態はその物理量の固有状態の一つになる ⇒ 「状態の収縮」

シュレーディンガー方程式による時間発展と、
測定による波動関数の収縮

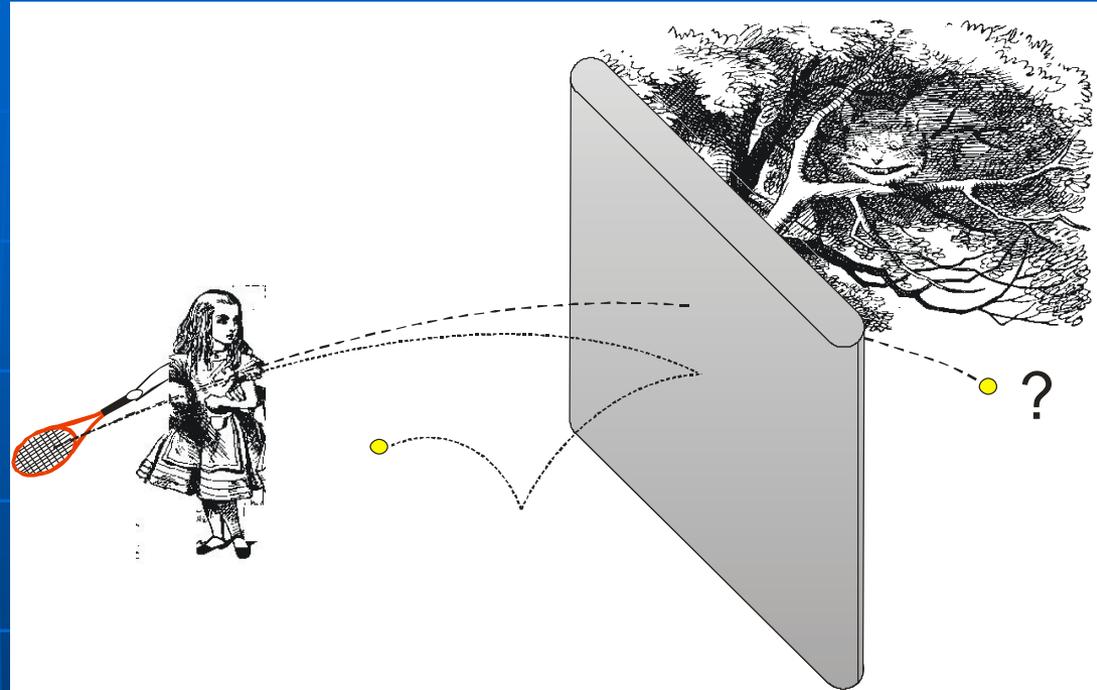
量子力学の標準的解釈 (コペンハーゲン解釈)

量子力学の観測問題, 解釈問題
多世界解釈???

量子力学特有の現象

トンネル効果

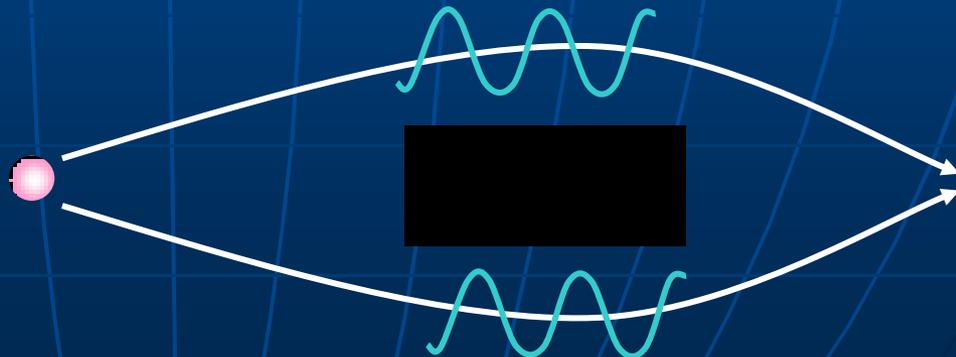
- 古典力学では通り抜けられないはずのポテンシャル障壁を通り抜ける



✦ 家康弘 2006「アリスの量子力学」 パリティ 丸善株式会社

量子干渉効果

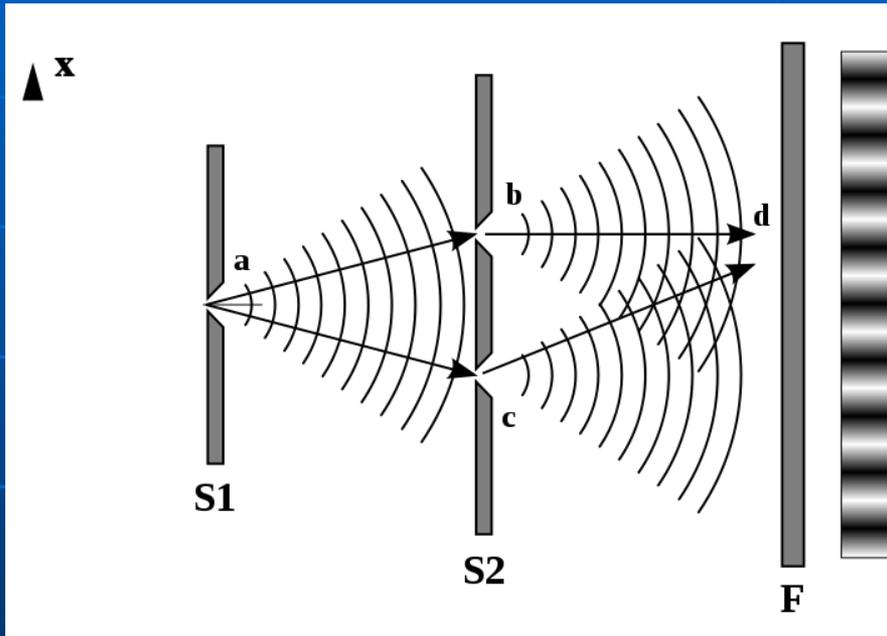
- 異なる経路を通る状態の重ね合わせ
⇒ 量子干渉



量子干涉

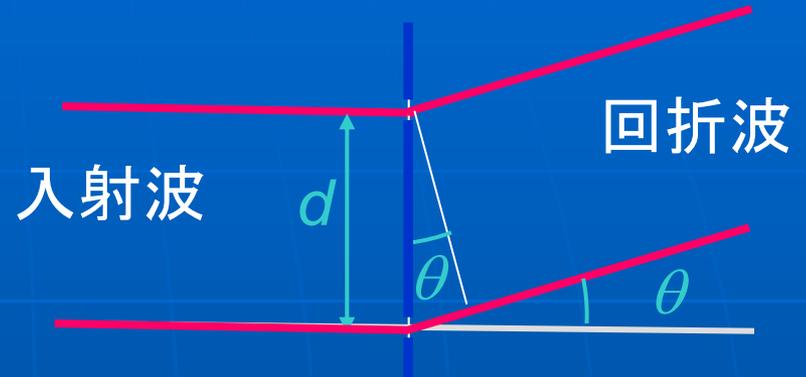
光波の干渉

ヤング(Young)の二重スリットの
実験(1805)

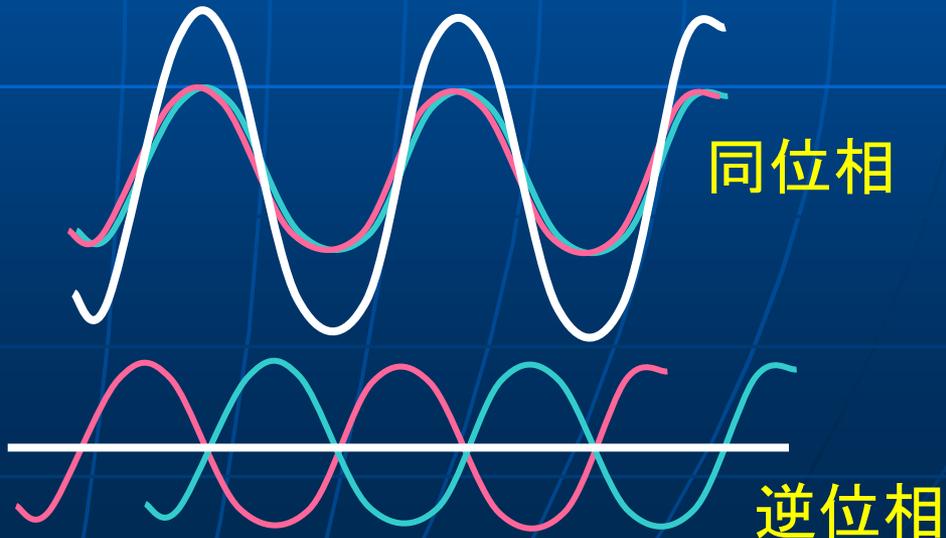


✦ <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Ebohr1.svg>

それぞれのスリットを
通った波の干渉

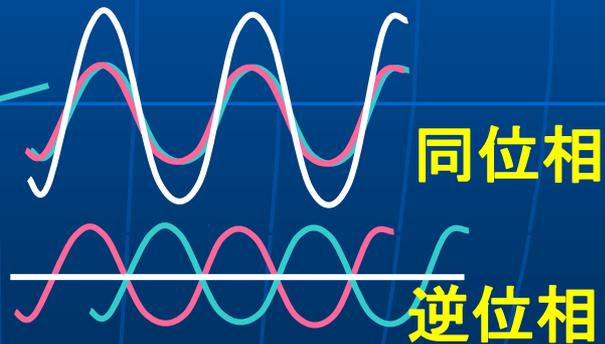
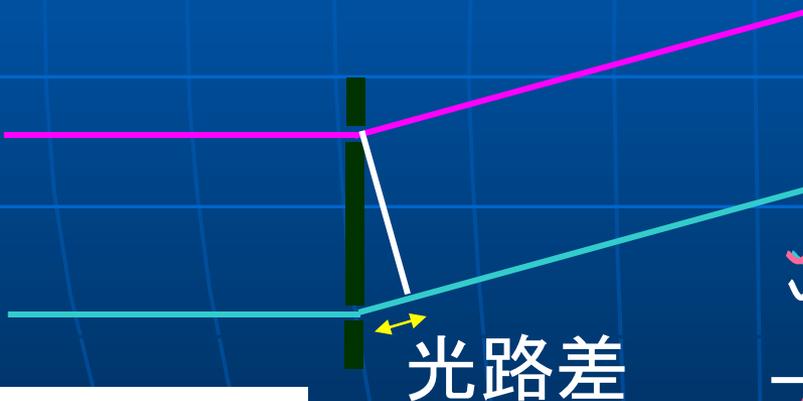


$$d \sin \theta = \begin{cases} n\lambda & \text{強め合い} \\ (n + \frac{1}{2})\lambda & \text{打ち消し合い} \end{cases}$$



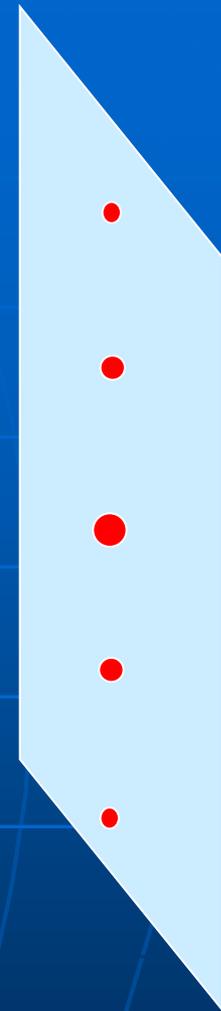
光の回折

回折

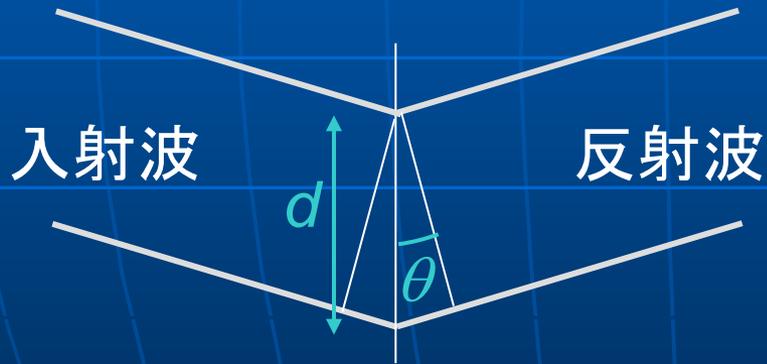
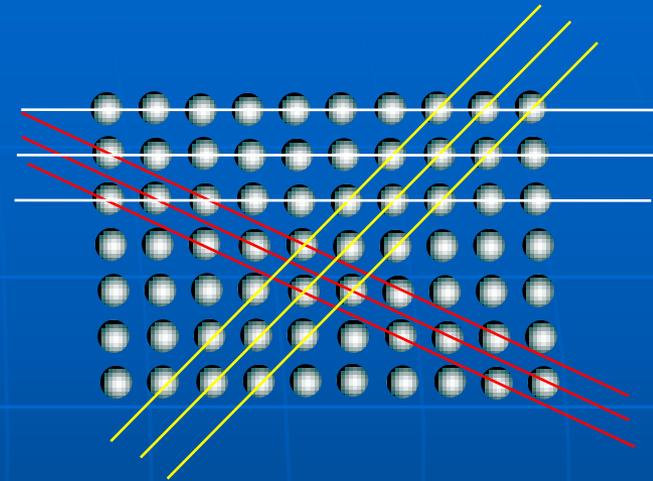
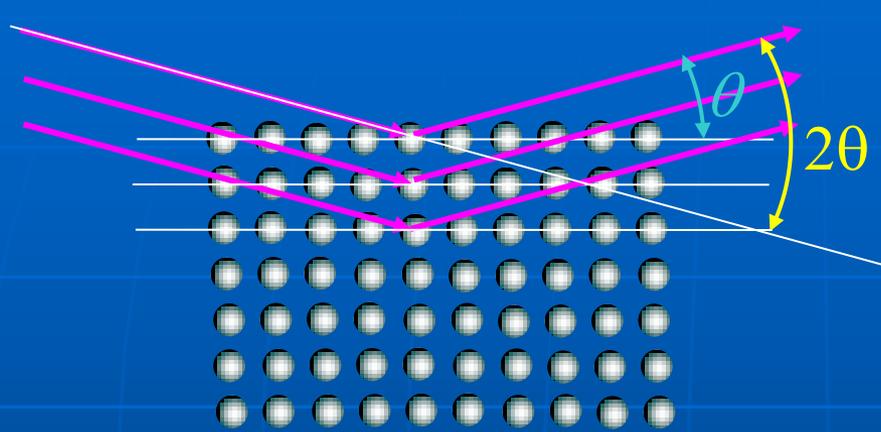


$$d \sin \theta = n\lambda$$

原子間隔 $\sim 0.3 \text{ nm} \Leftrightarrow \sim \text{X線の波長}$
電子線, 中性子線の回折も利用される.

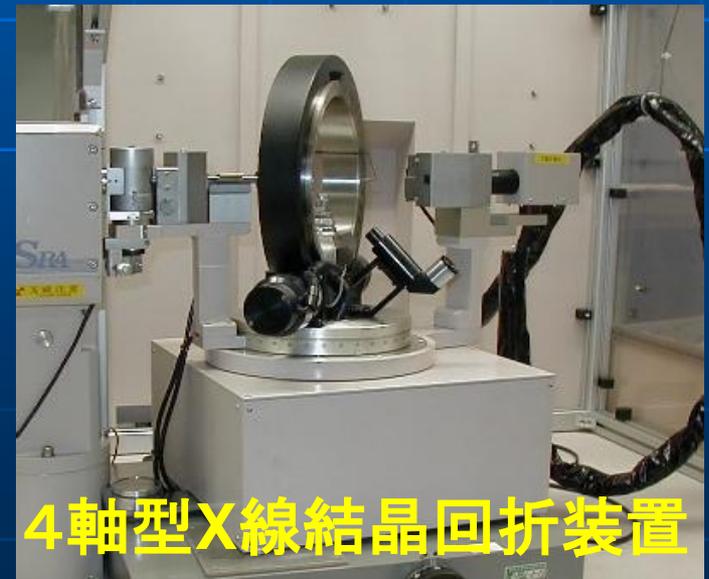


結晶構造解析



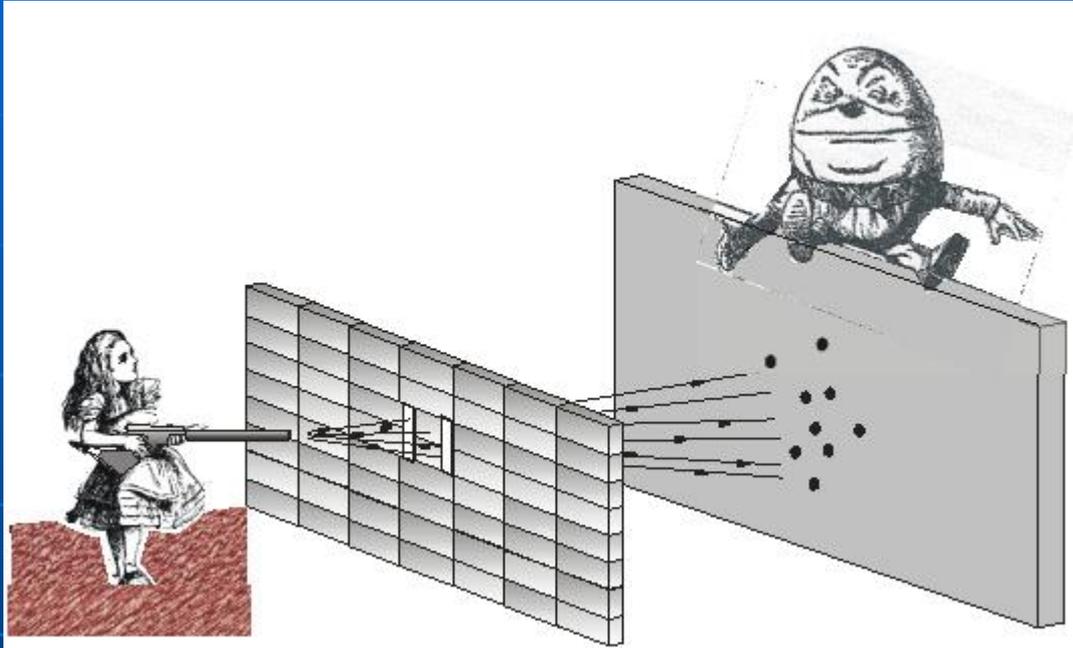
$$2d \sin \theta = n\lambda$$

ブラッグ条件

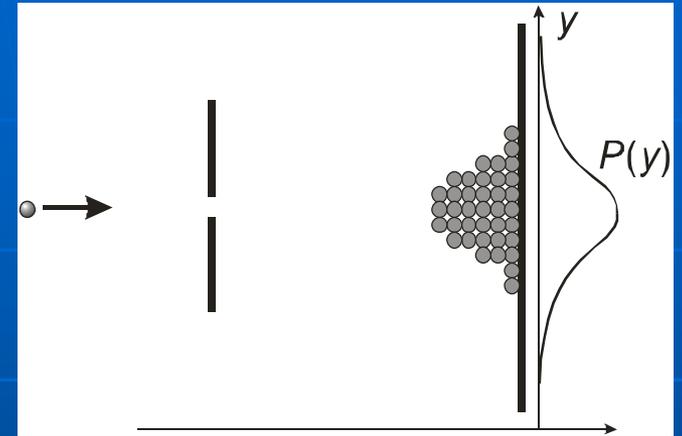


古典粒子の場合

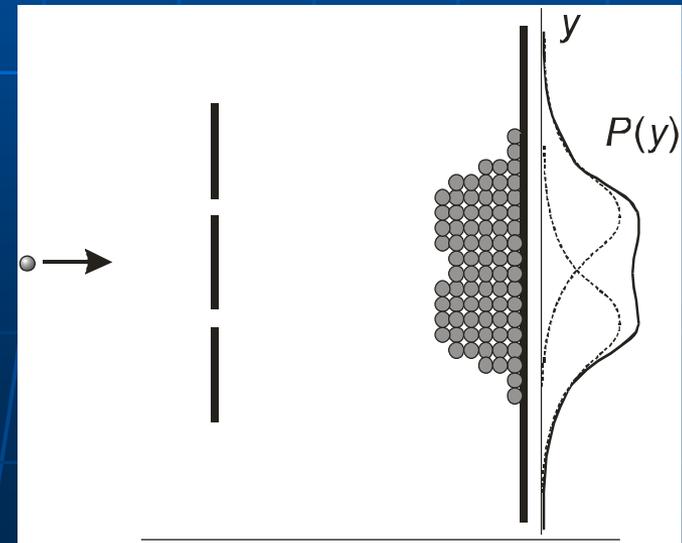
✦ 家康弘 2006「アリスの量子力学」 パリティ 丸善株式会社



1つのスリット



2つのスリット

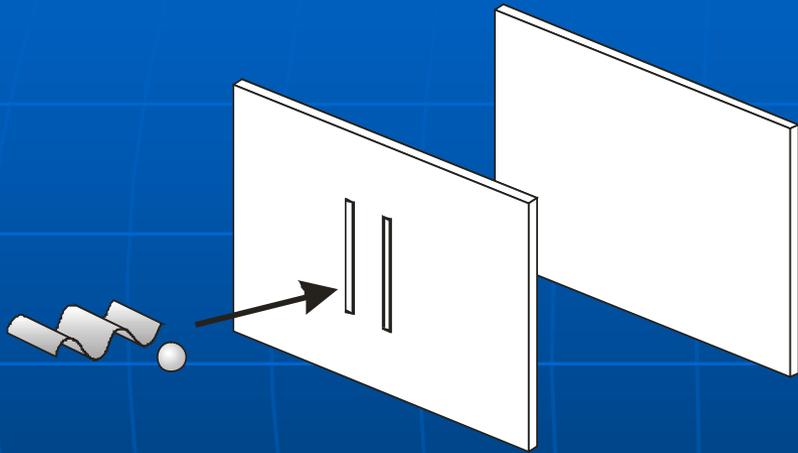


ある場所に弾丸が到達する確率
= 右のスリットを通過してそこに来る確率
+ 左のスリットを通過してそこに来る確率

$$P_{\text{total}}(y) = P_{\text{R}}(y) + P_{\text{L}}(y)$$

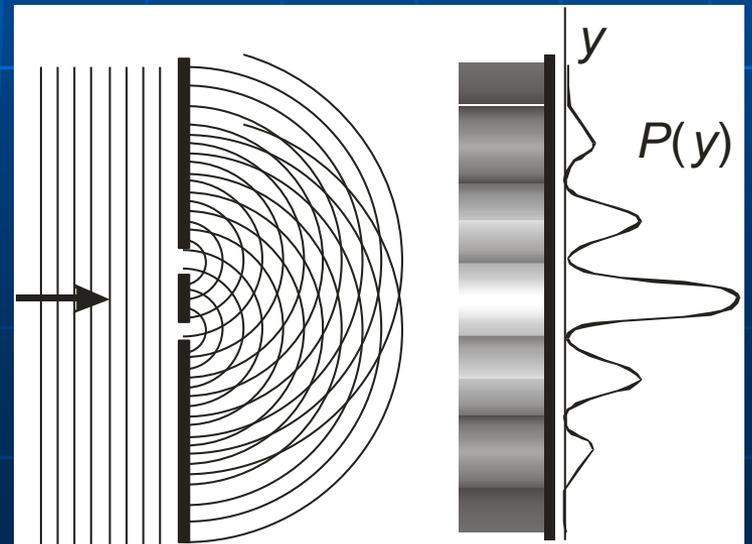
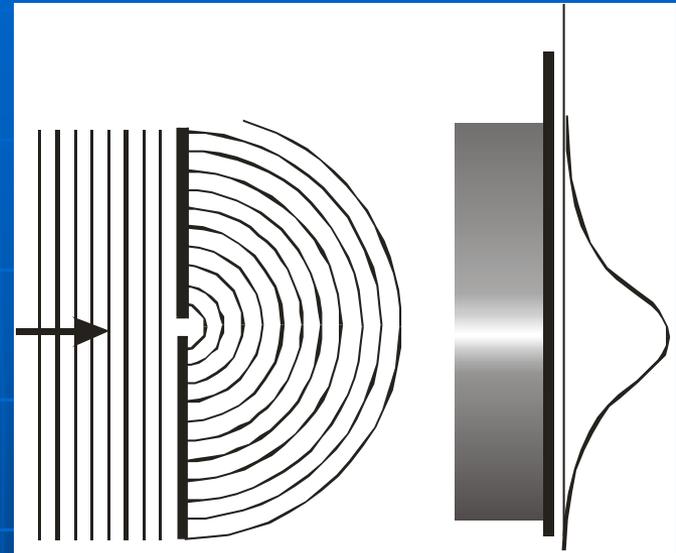
確率の足し合わせ

波を入射させる



波の振幅の足し合わせ

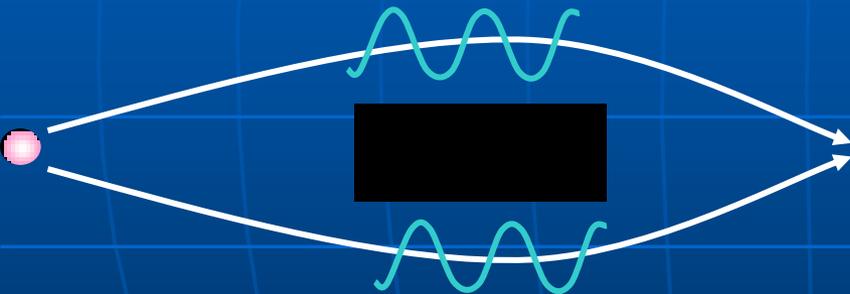
干渉縞



量子力学的粒子の場合

$$\Psi_{\text{total}} = \Psi_{\text{R}} + \Psi_{\text{L}}$$

波動関数 = 右側のスリットを通る波動関数
+ 左側のスリットを通る波動関数

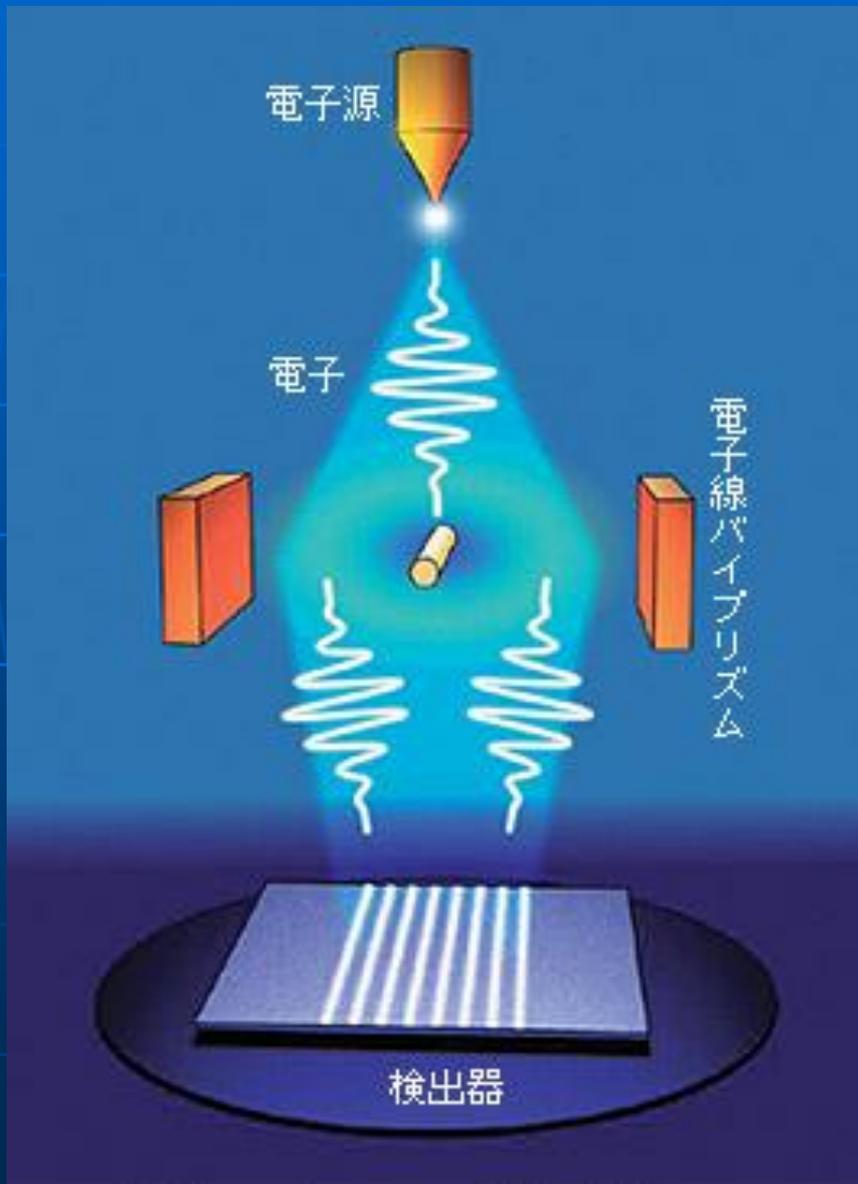


$$\text{確率} = |\text{波動関数}|^2$$

$$\begin{aligned} |\Psi_{\text{total}}|^2 &= |\Psi_{\text{R}} + \Psi_{\text{L}}|^2 \\ &= |\Psi_{\text{R}}|^2 + |\Psi_{\text{L}}|^2 + \underbrace{\Psi_{\text{R}}^* \Psi_{\text{L}} + \Psi_{\text{R}} \Psi_{\text{L}}^*}_{\text{量子干渉項}} \end{aligned}$$

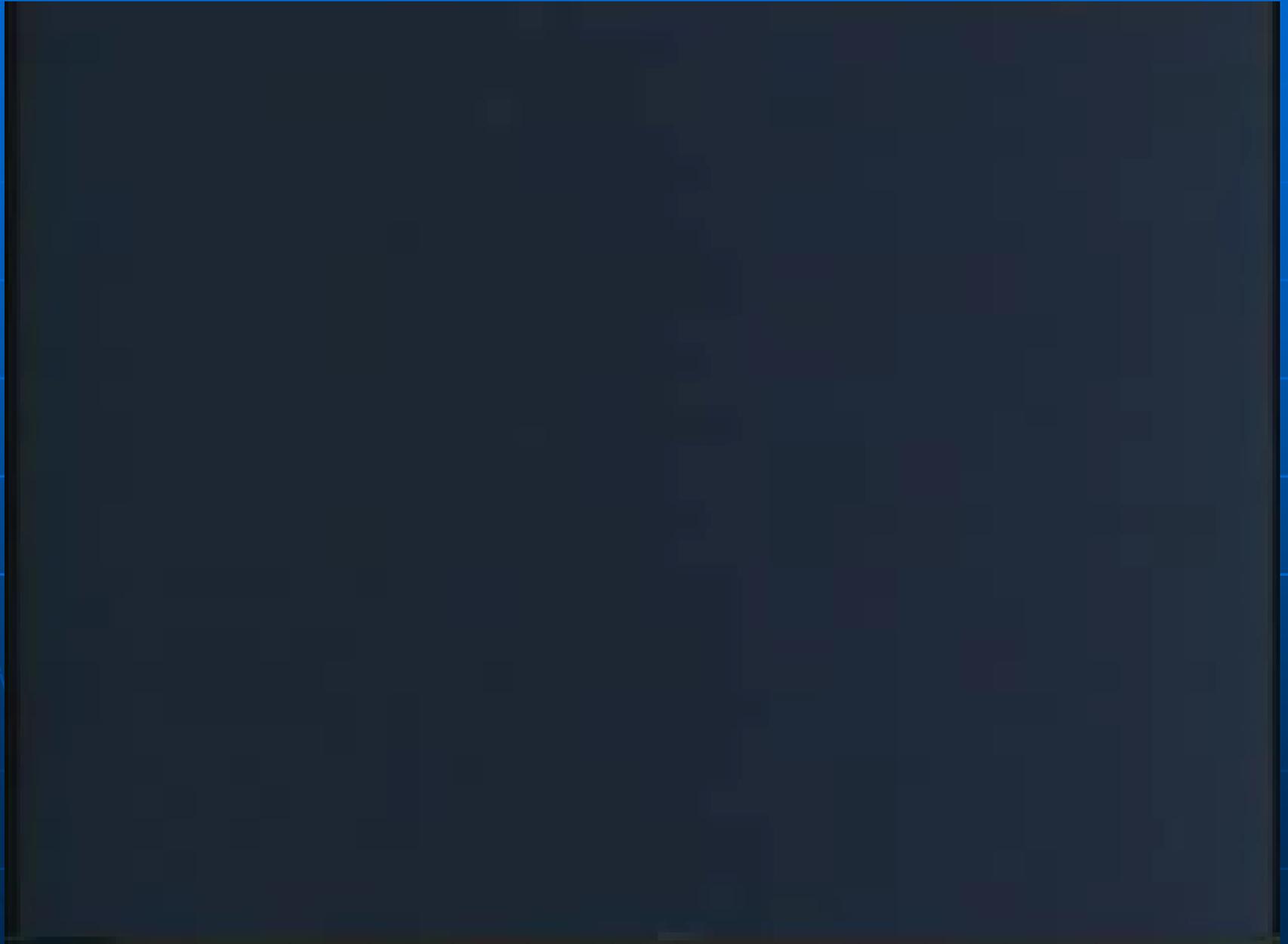
量子干渉項

電子の干渉



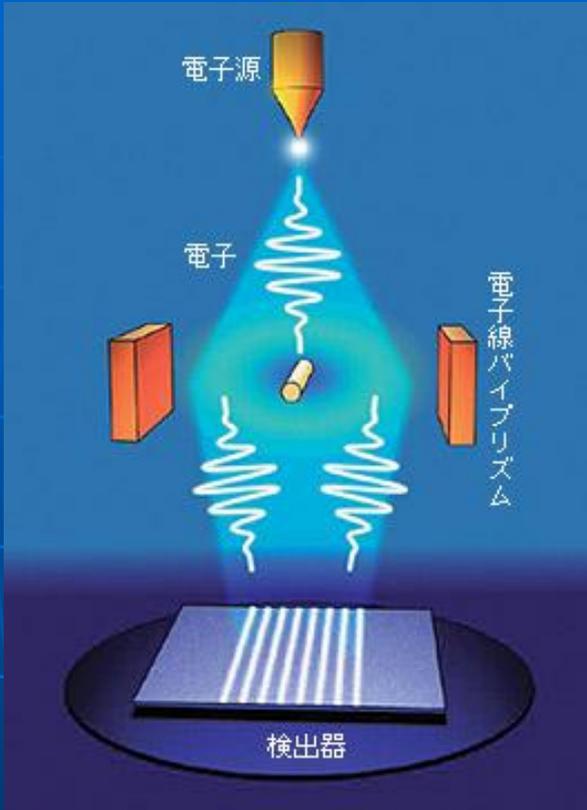
外村 彰博士
(日立基礎研究所)

電子による二重スリットの実験(外村 彰博士)



電子の干渉

✦

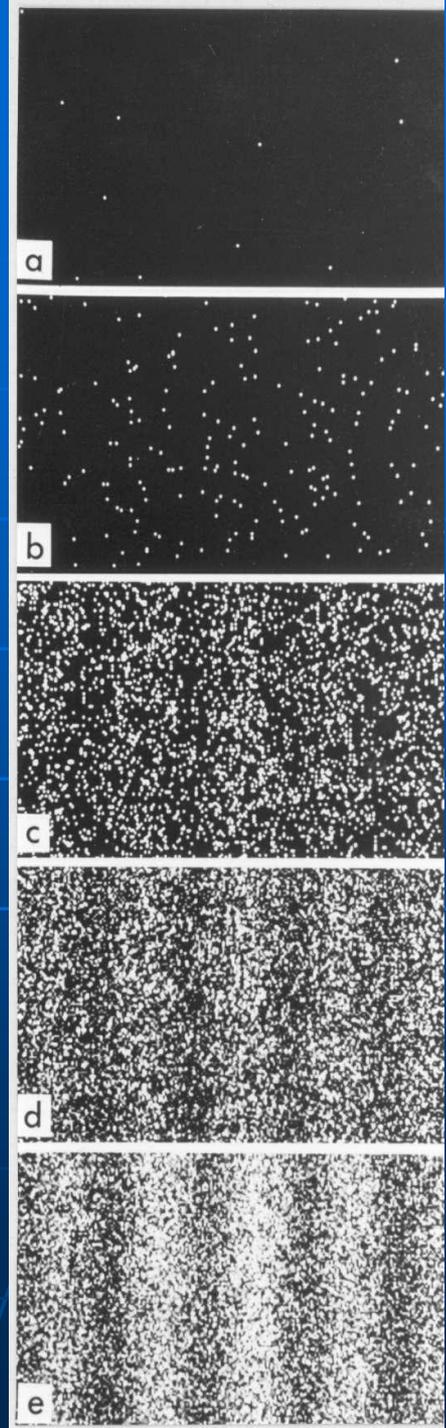


外村 彰博士
(日立基礎研究所)

電子は1個1個
スクリーンに到
達する

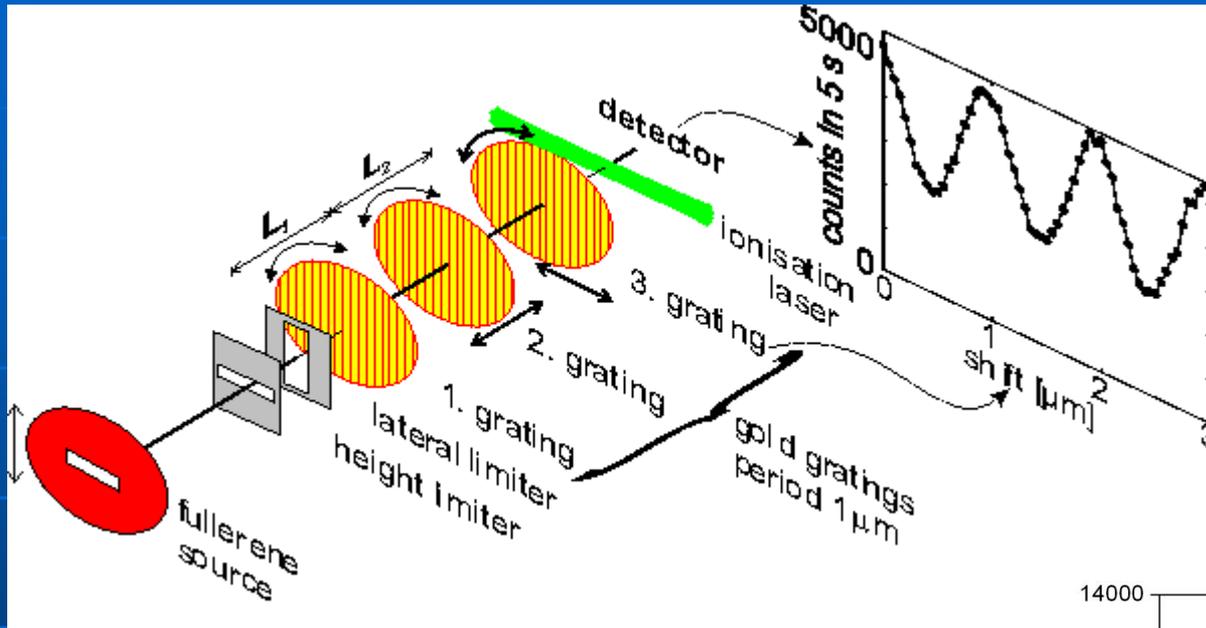
干渉縞が現われる

電子の波動性の
鮮やかな実証



✦

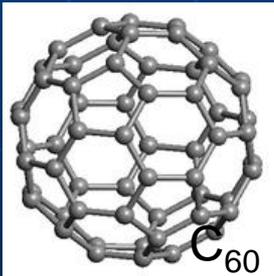
どのくらい大きなものまで干渉する？



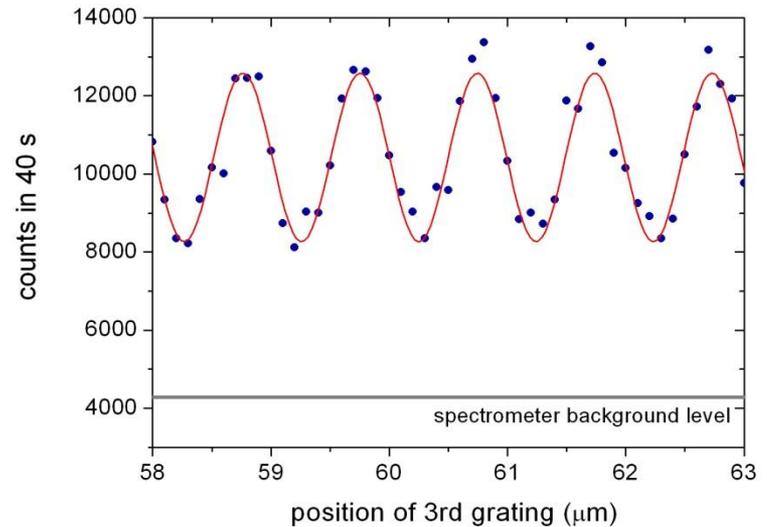
*

A. Zeilinger
ウィーン工科大学

*



C₆₀ フラーレン分子

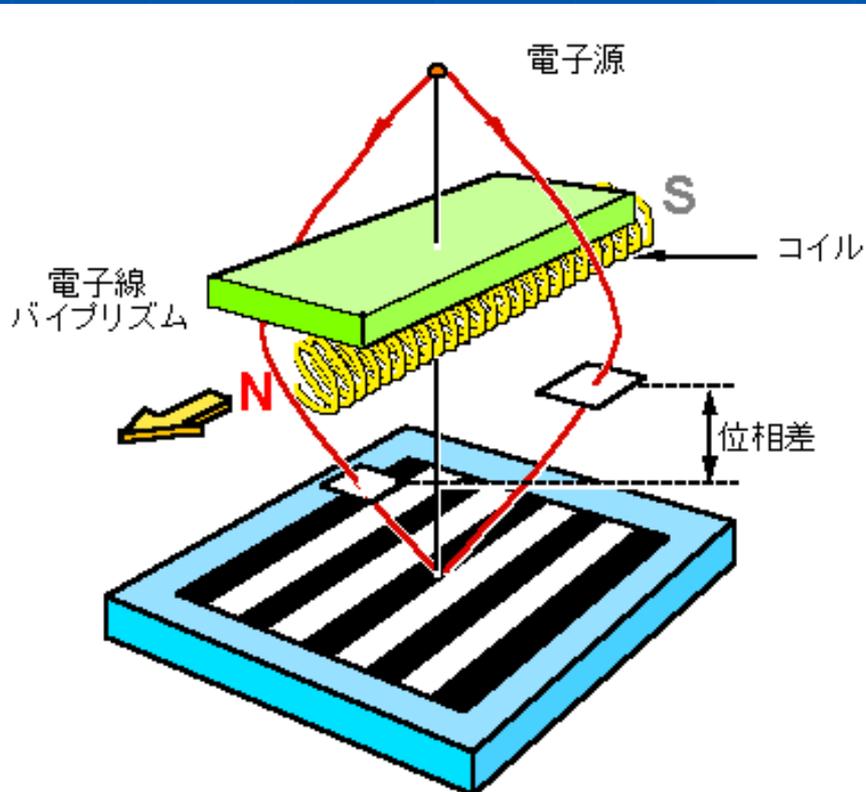


アハロフ・ボーム (AB) 効果

磁場 (ベクトルポテンシャル) によって電子の位相が変化する

$$\psi \Rightarrow \psi e^{i \frac{e}{\hbar} \int \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}}$$

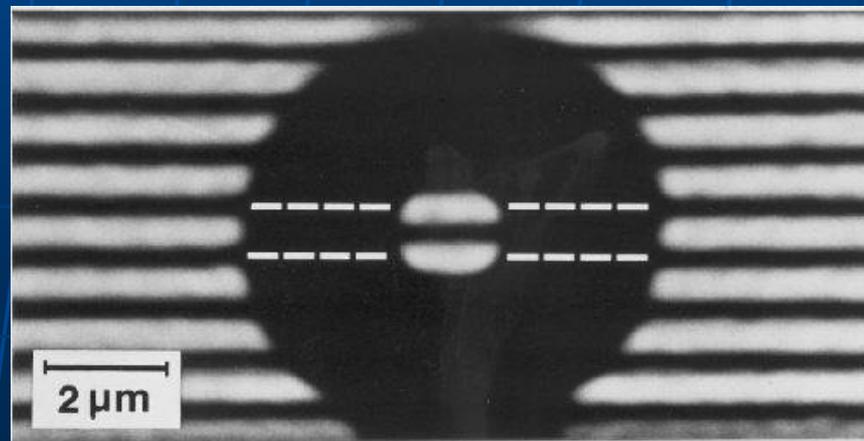
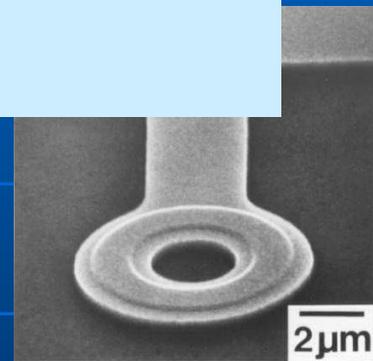
$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{\hbar}{e} \int_L \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} - \frac{\hbar}{e} \int_R \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \\ &= \frac{\hbar}{e} \oint_{\text{loop}} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \frac{\hbar}{e} \int \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} \\ &= 2\pi \frac{\phi}{\phi_0} \quad \phi_0 = \frac{h}{e} \end{aligned}$$



+

外村 彰博士
(日立基礎研究所)

+



メゾスコピック系

ナノテクノロジー

メゾスコピック物理



ミクロとマクロの中間スケール
(meso : 中間の)

「物理現象を特徴づける長さのスケール」と同程度、
もしくは、より小さいサイズの系(メゾスコピック系)に
特徴的な物理

例： 電子の波長(フェルミ波長)
電子の平均自由行程(衝突するまでに走る距離)
電子の位相緩和長

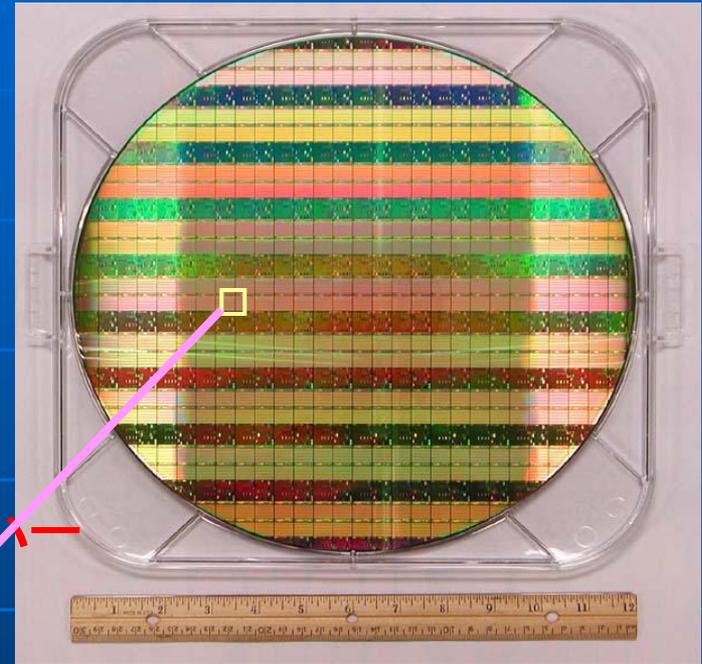
半導体素子の微細化

<http://en.wikipedia.org/wiki/File:Replica-of-first-transistor.jpg>



最初のトランジスタ—
米国ベル研究所
(1946年)

→
50年



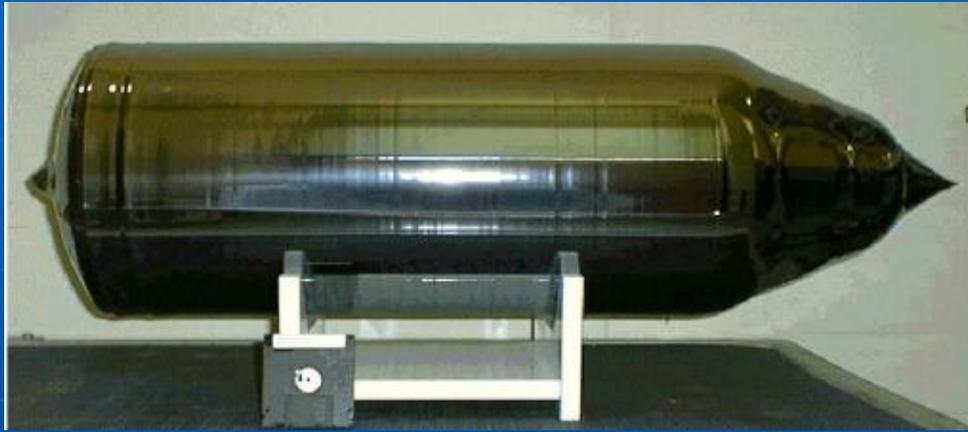
シリコンウェハー

←→
12インチ (30 cm)

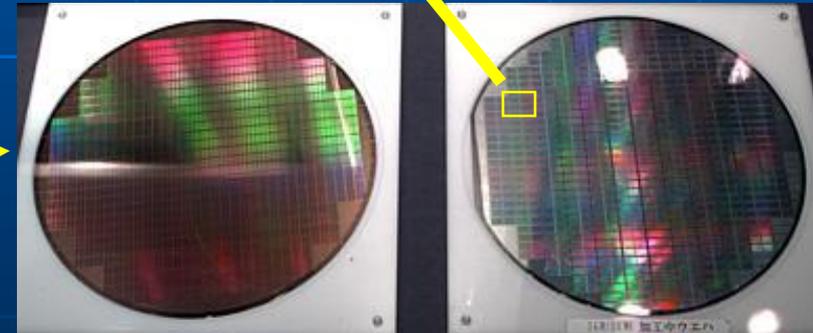
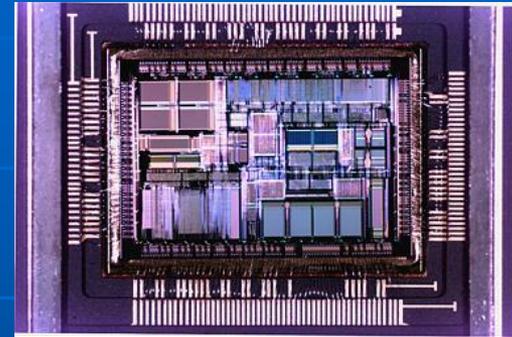


ハイテク産業技術の進歩

シリコン単結晶 ⇒ ウェハ－ ⇒ 超LSI



超LSI(大規模集積回路)

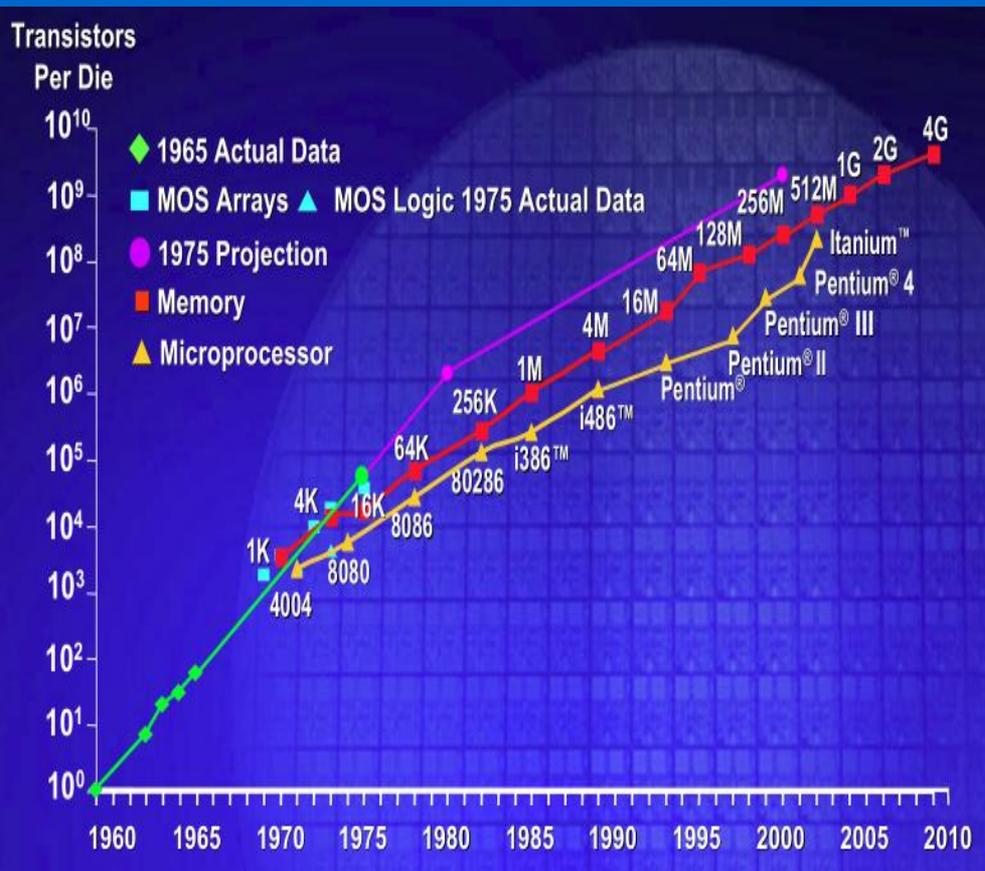


単結晶の切出し

ウェハ－

微細加工

ムーア(Moore)の法則



Gordon Moore (1965)
Intel の共同創業者

自己実現性の予言
(Self-fulfilling Prediction)

Gordon E. Moore "NO EXPONENTIAL IS FOREVER..."

†Intel Copyright Permission Department

LSI(大規模集積回路)の集積度, つまり単位面積あたりのトランジスタの数は1年半ないし2年ごとに倍増する.

ナノサイエンス・ナノテクノロジー

■ 半導体テクノロジー ⇒ More than Moore

単なる微細化だけではダメ

- 熱発生の問題
- 量子ゆらぎの問題

■ ナノサイエンス

- 原子を見る, 原子を操る
- ナノの世界ならではの新しい量子物理効果(とその応用)

“There is plenty of room at the bottom.”

(Richard Feynman)

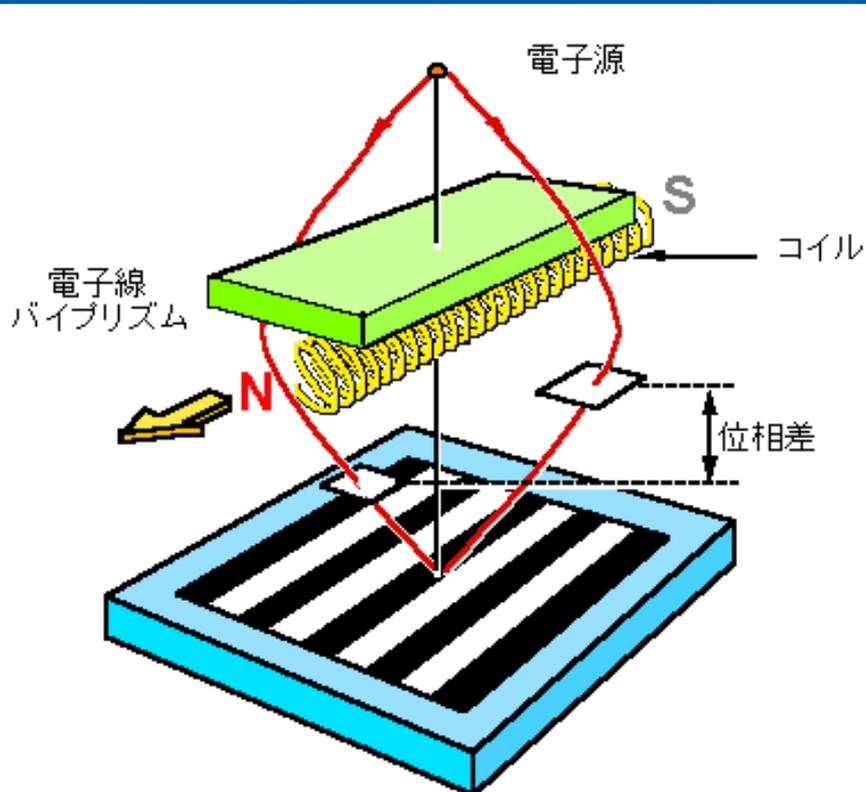
メゾスコピック物理

アハロフ・ボーム (AB) 効果

磁場 (ベクトルポテンシャル) によって電子の位相が変化する

$$\psi \Rightarrow \psi e^{i \frac{e}{\hbar} \int \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}}$$

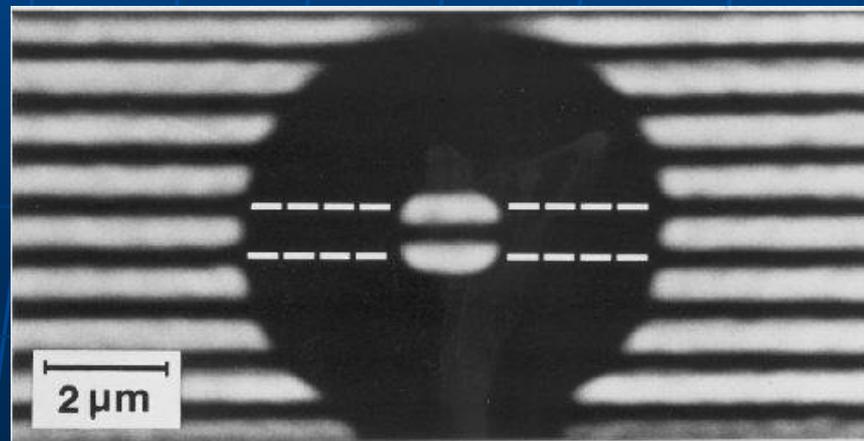
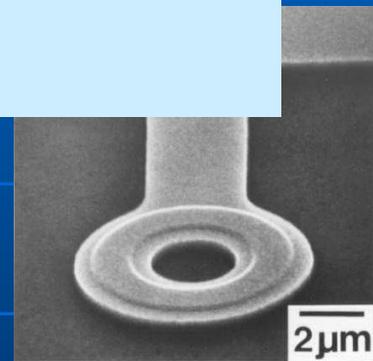
$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{\hbar}{e} \int_L \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} - \frac{\hbar}{e} \int_R \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \\ &= \frac{\hbar}{e} \oint_{\text{loop}} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \frac{\hbar}{e} \int \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} \\ &= 2\pi \frac{\phi}{\phi_0} \quad \phi_0 = \frac{h}{e} \end{aligned}$$



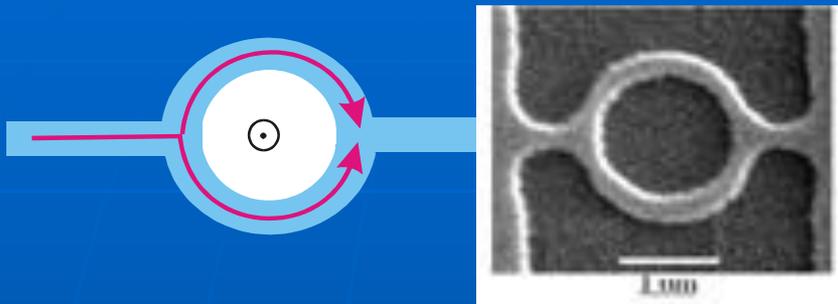
+

外村 彰博士
(日立基礎研究所)

+



アハロノフ・ボーム (AB) 振動

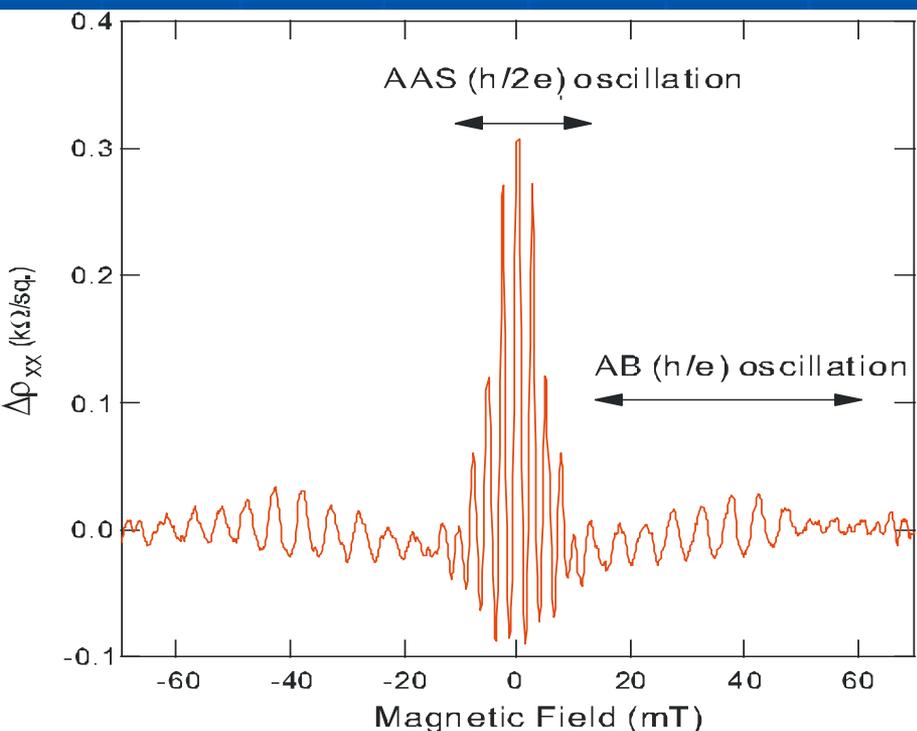


メソスコピック リング

$$\begin{aligned} |\Psi|^2 &= |\Psi_+ + \Psi_-|^2 \\ &= |\Psi_+|^2 + |\Psi_-|^2 + \Psi_+ \Psi_-^* + \Psi_- \Psi_+^* \end{aligned}$$

量子干渉項

リングの両側の経路を
通ってきた電子波の干渉効果
電気抵抗はリングを貫く磁束
 ϕ に対して周期的に変化

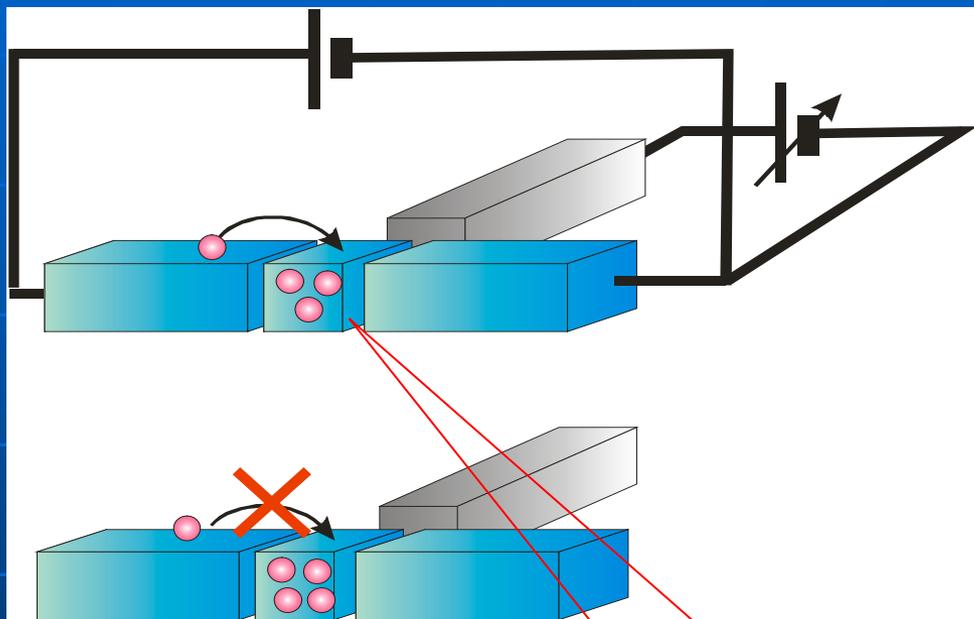


$$\phi_0 = \frac{e}{h} = 4.14 \times 10^{-15} \text{ Wb}$$

磁束量子

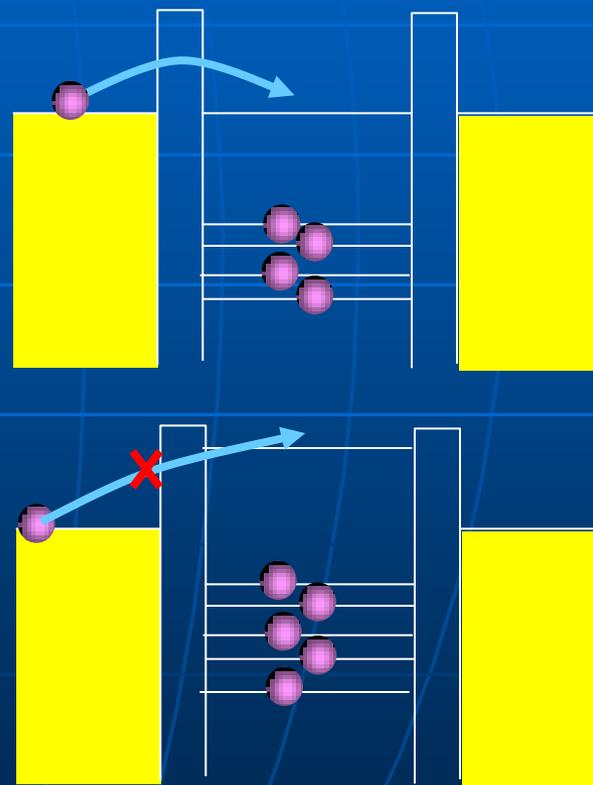
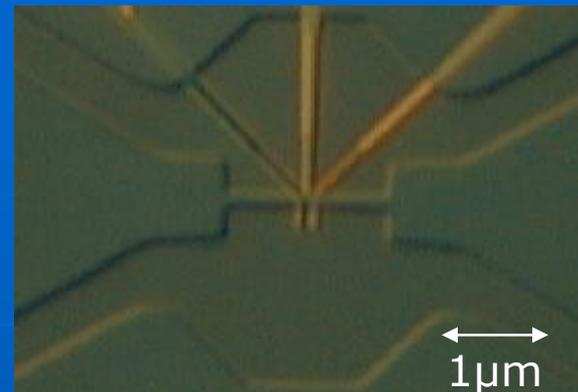
単電子トンネル効果

微小トンネル接合



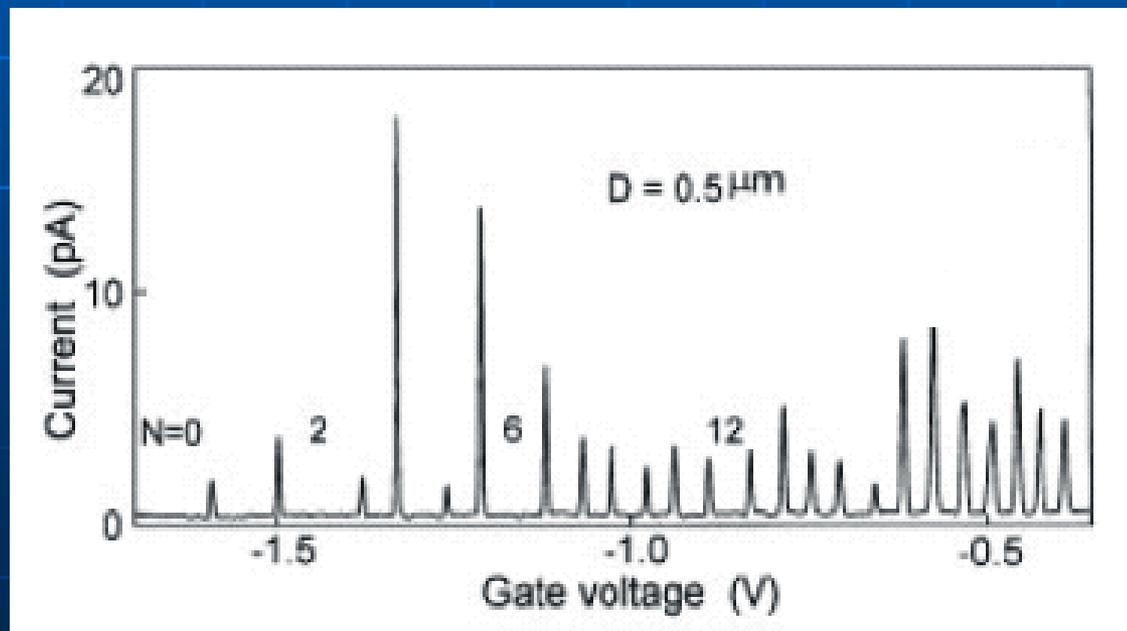
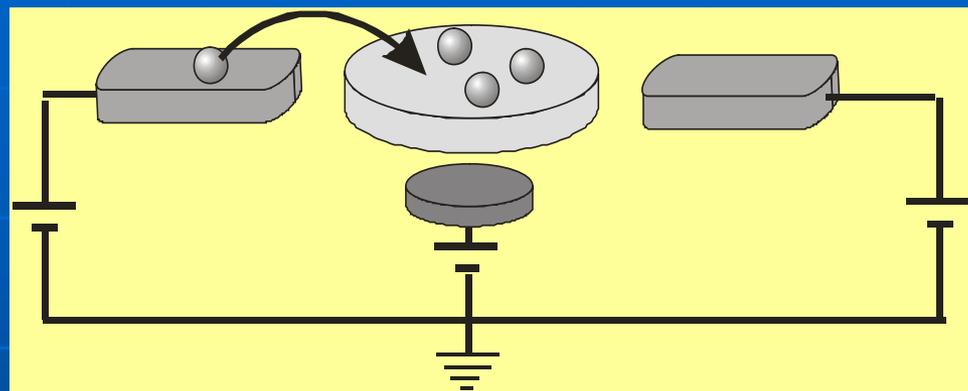
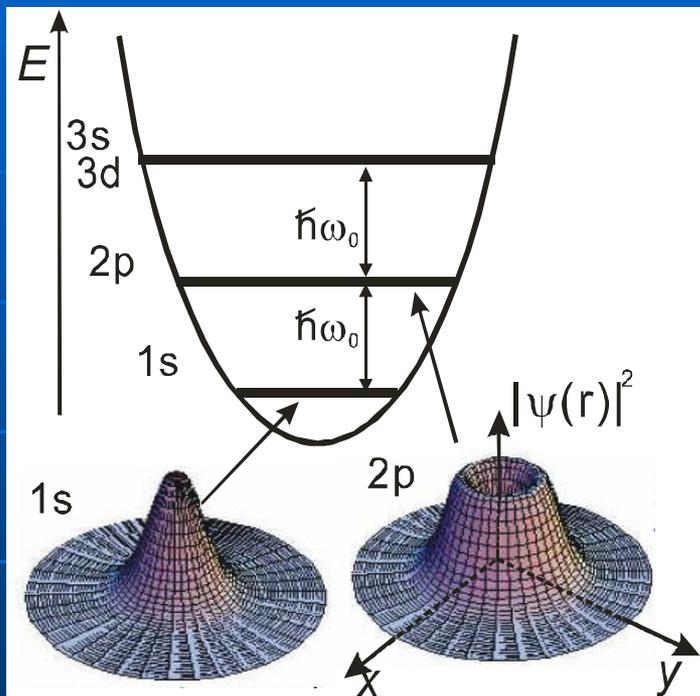
クーロン島
(量子ドット)

1個の電子がトンネルすることによって島の静電ポテンシャルが上がる
⇒ 次の電子は入れない



クーロン・ブロッケード

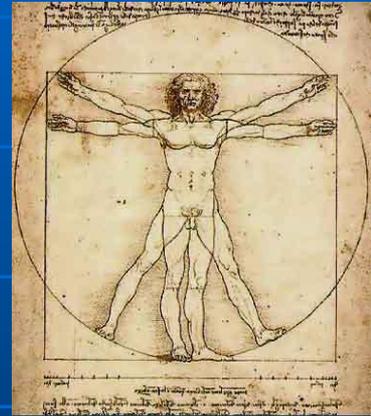
量子ドット(人工原子)



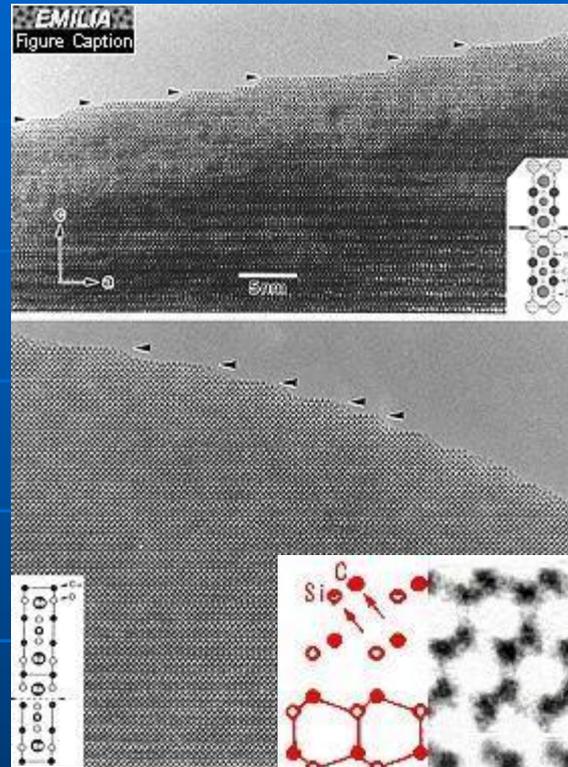
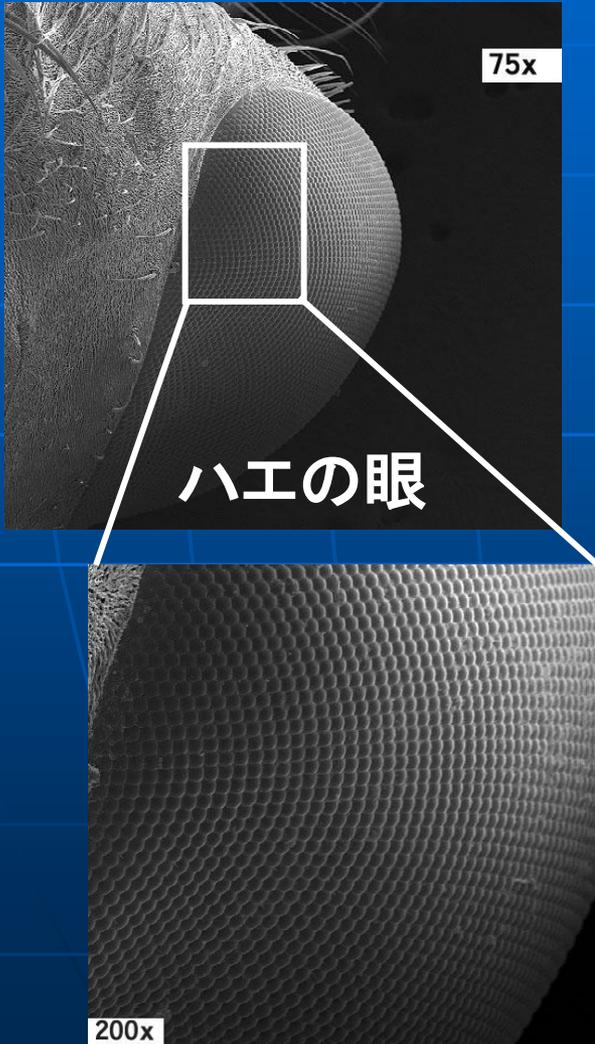
人工原子の周期律

原子を見る・原子を操る

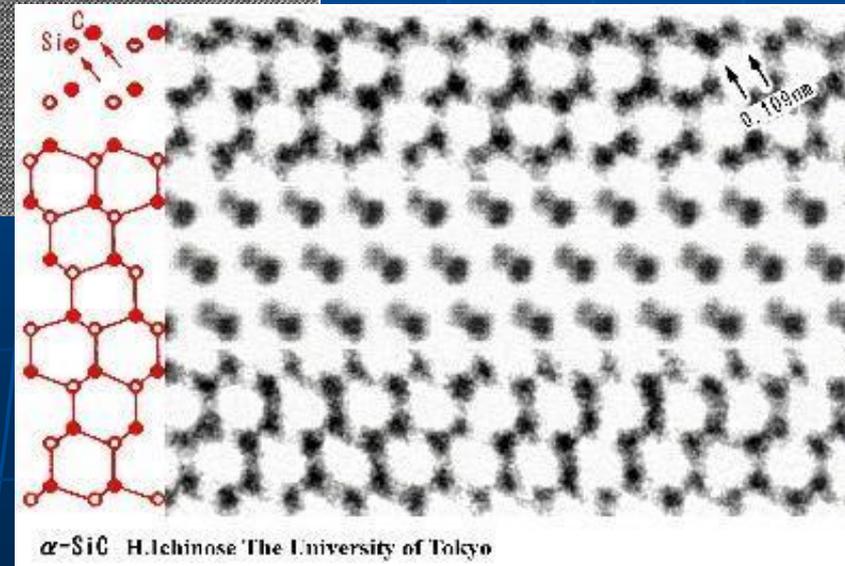
スケールの小さな話



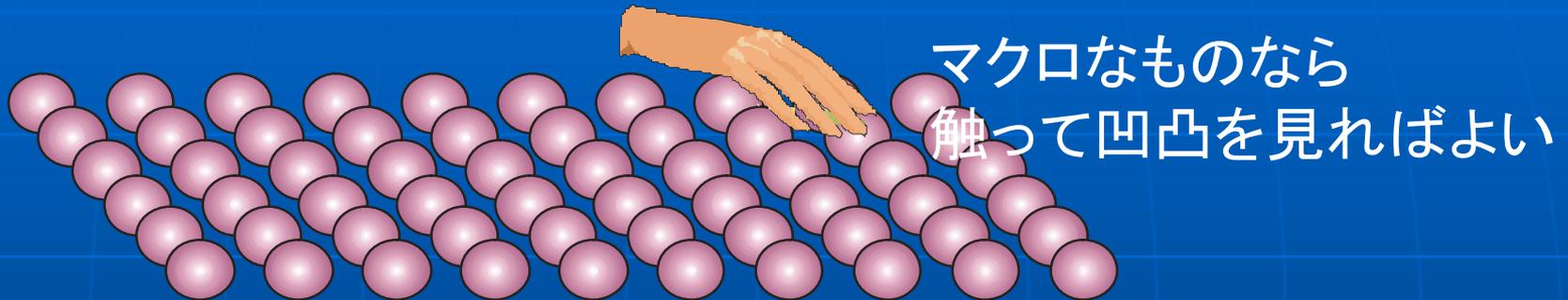
小さなものを見る：電子顕微鏡



高分解能電子
顕微鏡で原子
の配列を見る



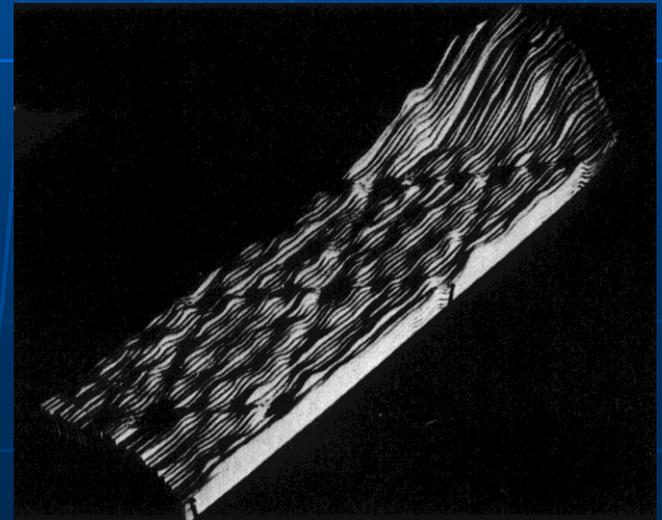
固体表面の原子の並びを見る



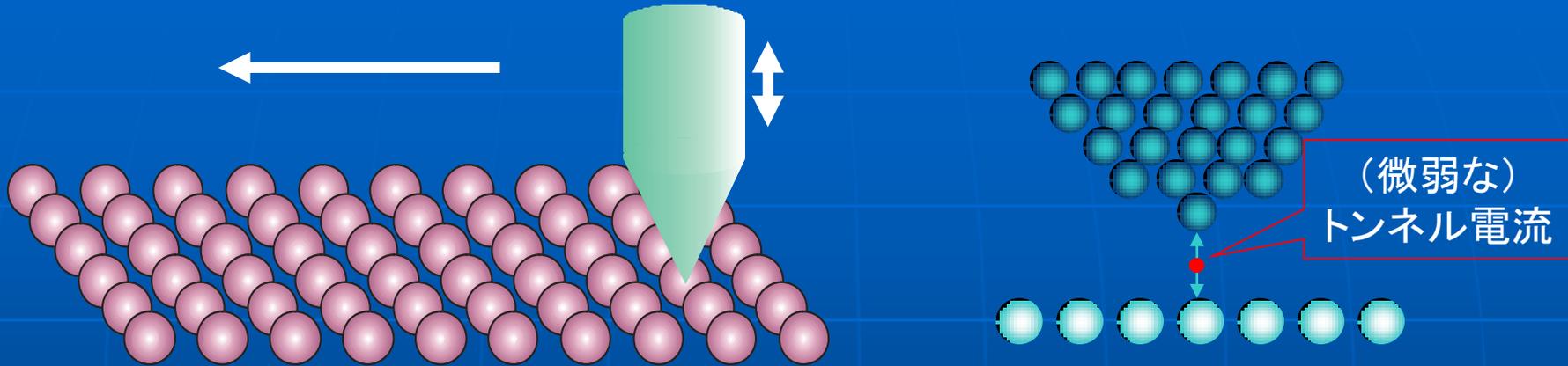
これと同じようなことが原子スケールで可能だろうか？
⇒ 「不可能」と考えるのが常識

走査トンネル顕微鏡
1984年 ビニツヒ&ローラー

シリコン結晶の
表面の原子の
並びを初めて
とらえた像



走査トンネル顕微鏡 (STM)

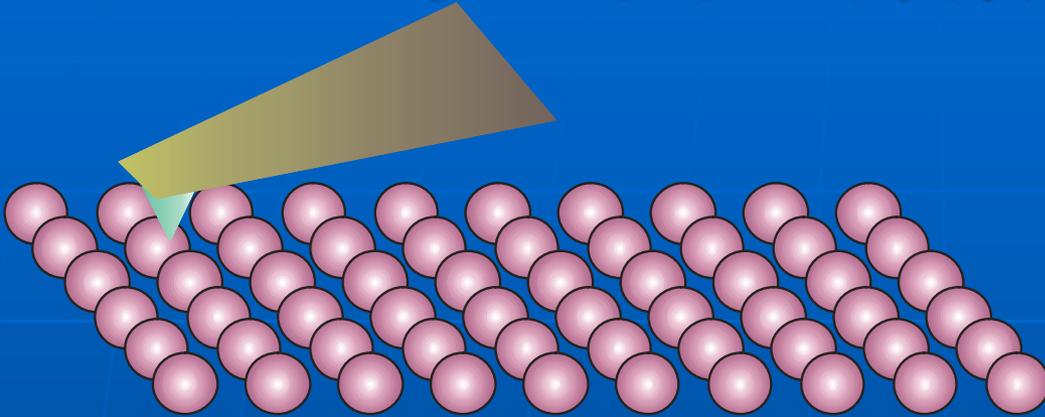


針先の原子と表面の原子を1nm程度に近づけるとトンネル電流が流れる。トンネル電流が一定になるように針を上下しながら横方向に動かせば原子スケールの凹凸を観察することができる

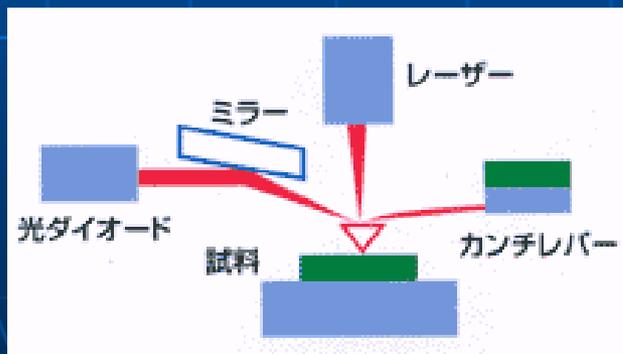
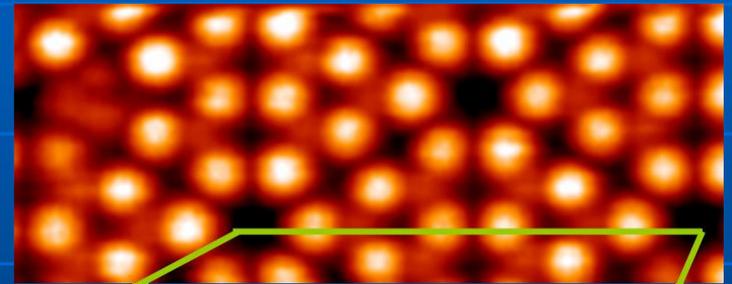
安定性の問題
機械的振動
電氣的雑音

原子間力顕微鏡 (AFM)

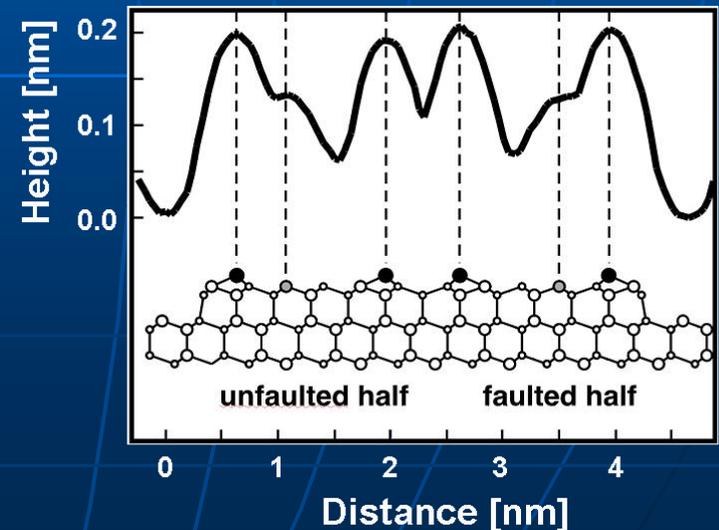
カンチレバー(片持ち梁)の
先に探針がついたもの



探針先端の原子と表面の原子が
近づいたときに働く力を検出する。

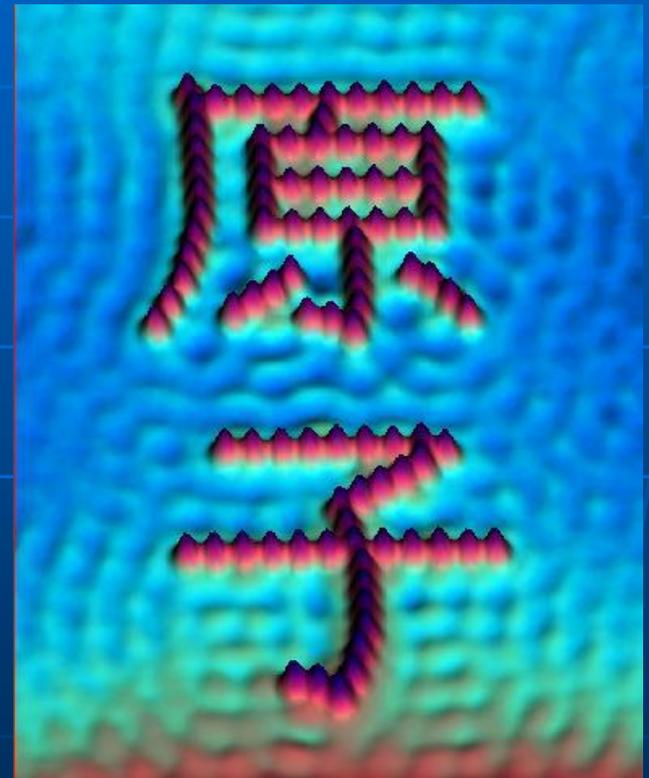
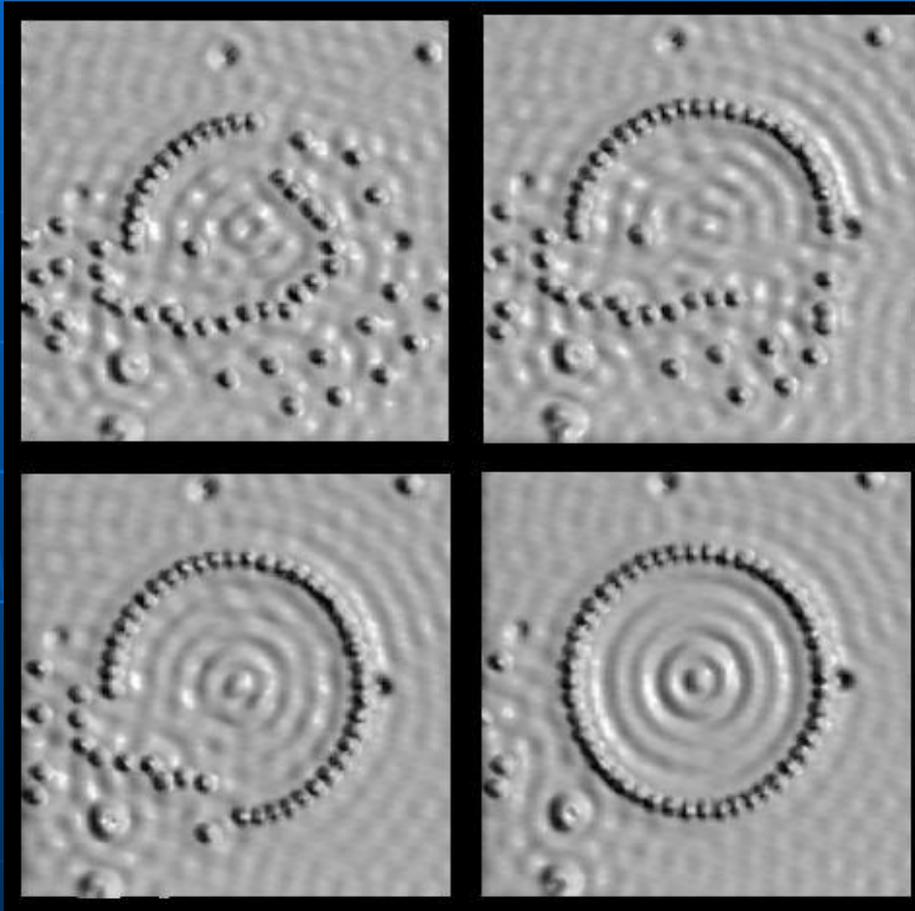


カンチレバーの曲がり具合を
レーザー光を使って検出する



原子を操る

IBM Almaden研究所
Eiglerグループ



銅の表面に鉄原子を並べる。

さざ波のように見えるのは表面電子の波の干渉による。

巨視的量子現象

ボース凝縮と超伝導

量子力学的粒子

同種の量子力学的粒子は識別できない

2個の同種粒子を交換しても元と同じ状態
(ただし, 波動関数には一般に数因子がつく)



$$\Psi(b,a) = C\Psi(a,b)$$

$$\Psi(a,b) = C\Psi(b,a) = C^2\Psi(a,b)$$

$$\Rightarrow C^2 = 1$$

$$\Rightarrow C = 1 \text{ または } -1$$

ボース粒子

フェルミ粒子

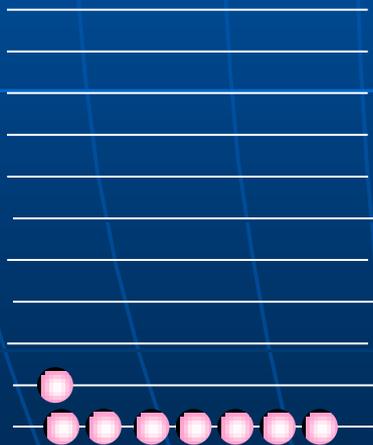
量子統計

ボース粒子 (ボソン)

スピン: 0, 1, ...



$$\Psi(b,a) = \Psi(a,b)$$



同じ状態にいくつでも入れる

フェルミ粒子 (フェルミオン)

スピン: 1/2, 3/2, ...

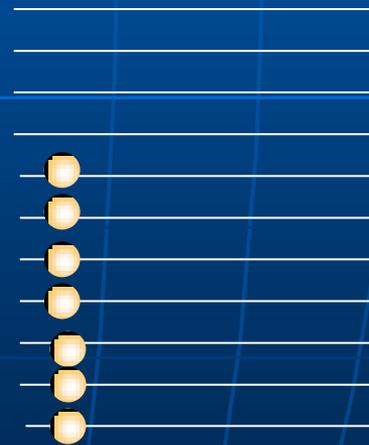


$$\Psi(b,a) = -\Psi(a,b)$$

a=bならば

$$\Psi(a,a) = -\Psi(a,a)$$

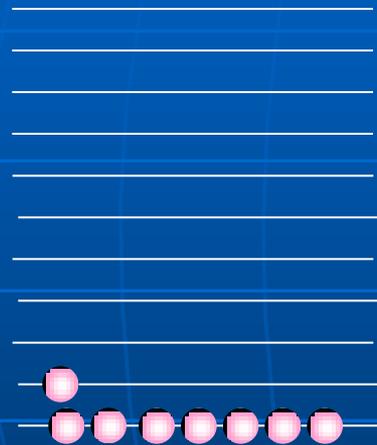
$$\textcircled{R} \Psi(a,a) = 0$$



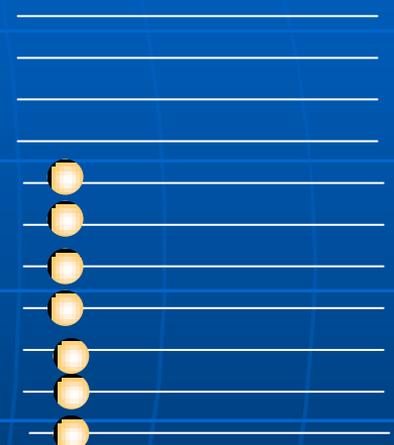
同じ状態には1個しか入れない
(パウリの排他律)

ボース・アインシュタイン分布と フェルミ・ディラック分布

ボース粒子



フェルミ粒子



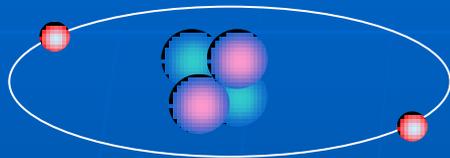
$$f_{\text{BE}}(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} - 1}$$

$$f_{\text{FD}}(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1}$$

高温極限ではマクスウェル・ボルツマン分布

$$f(E) = e^{-(E-\mu)/k_B T}$$

ヘリウムの同位体

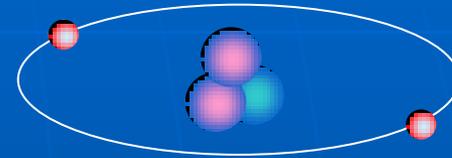


${}^4\text{He}$

陽子 2個
中性子 2個
電子 2個

全スピン=0

ボース粒子



${}^3\text{He}$

陽子 2個
中性子 1個
電子 2個

全スピン=1/2

フェルミ粒子

極低温をつくる

量子統計性が効くような現象を見るには極低温が必要

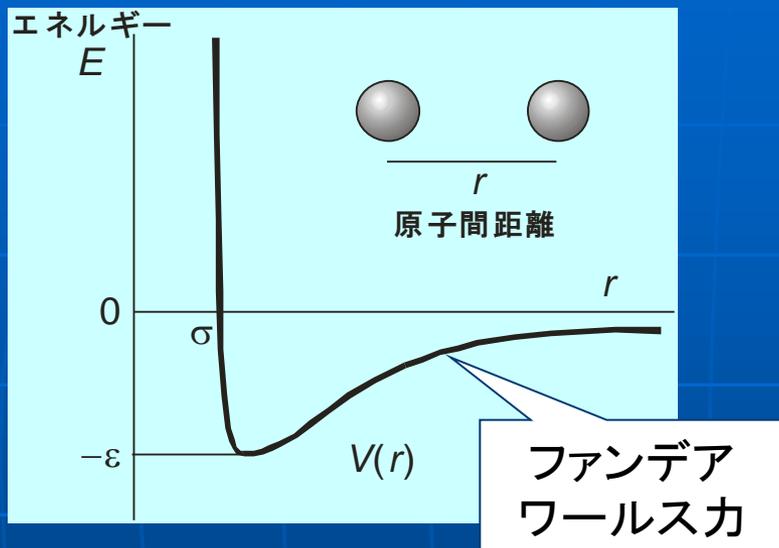


液体ヘリウム容器の
内部構造

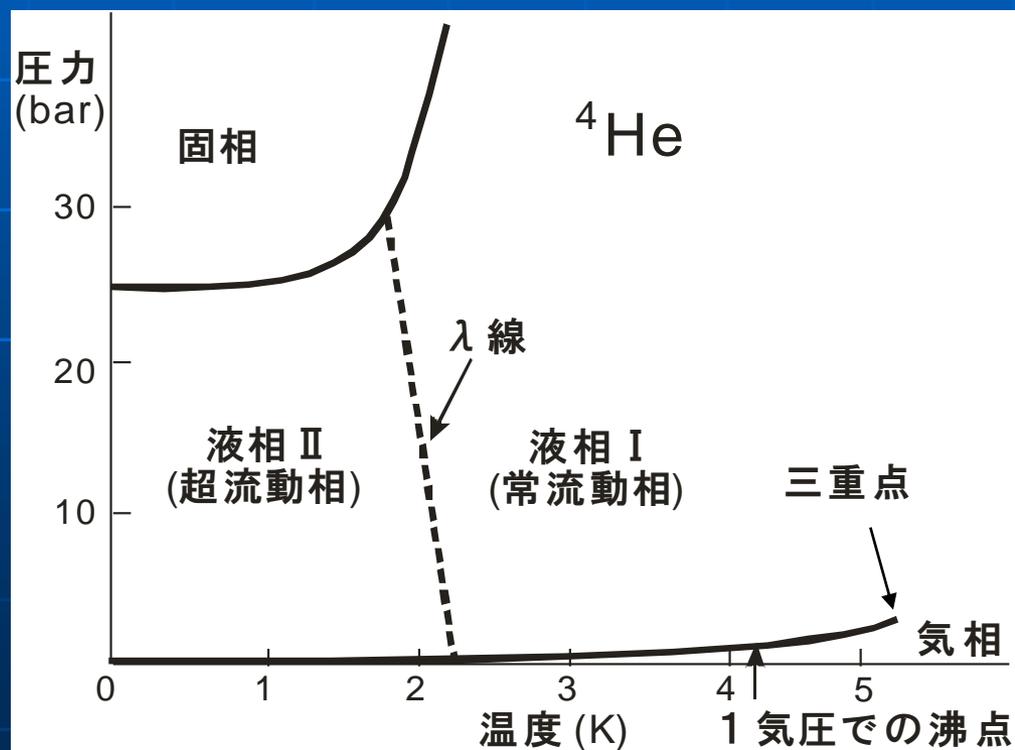
液体窒素	77K
液体ヘリウム (^4He)	4.2K
真空ポンプで減圧	$\sim 1.2\text{K}$
液体ヘリウム3 (^3He)	3.2K
真空ポンプで減圧	$\sim 0.3\text{K}$
^3He - ^4He 希釈冷凍機	$\sim \text{mK}$
核断熱消磁	$\sim \mu\text{K}$



ヘリウムの相図



ヘリウムは(常圧では)絶対零度でも固体にならない
⇒ 量子液体



ヘリウム原子は

(1) 軽い

(2) 相互作用が弱い
運動エネルギー

> 相互作用エネルギー

液体ヘリウムの超流動

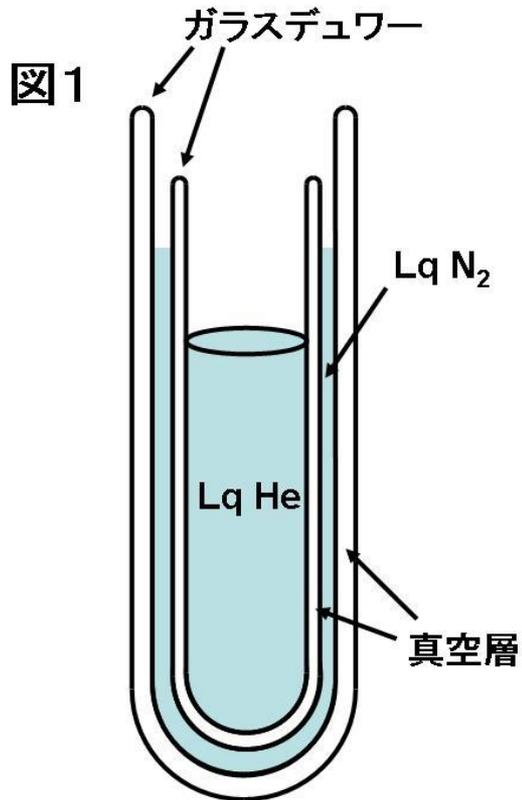
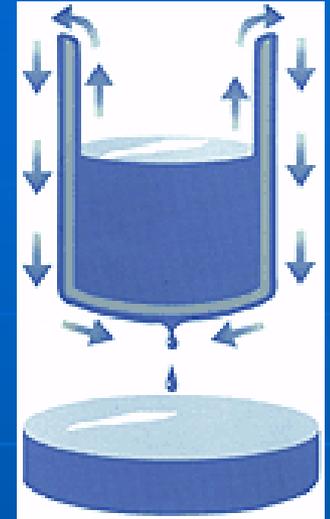


写真1

液体ヘリウムの超流動

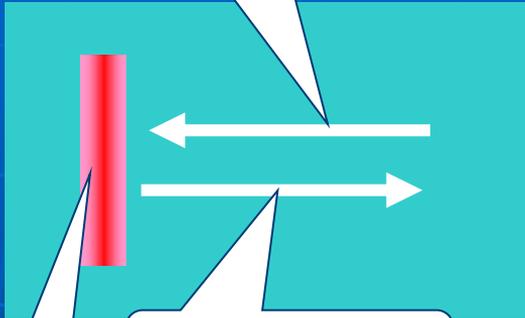


東京大学低温センター*

二流体モデル

超流動成分

熱機械効果(内部対流)



熱源

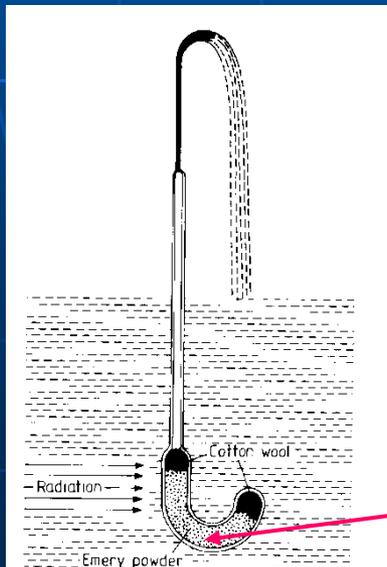
常流動成分



≠

噴水効果

東京大学低温センター



通常の液体は通り抜けられないような狭い
間隙(スーパーリーク)を摩擦なしに流れる

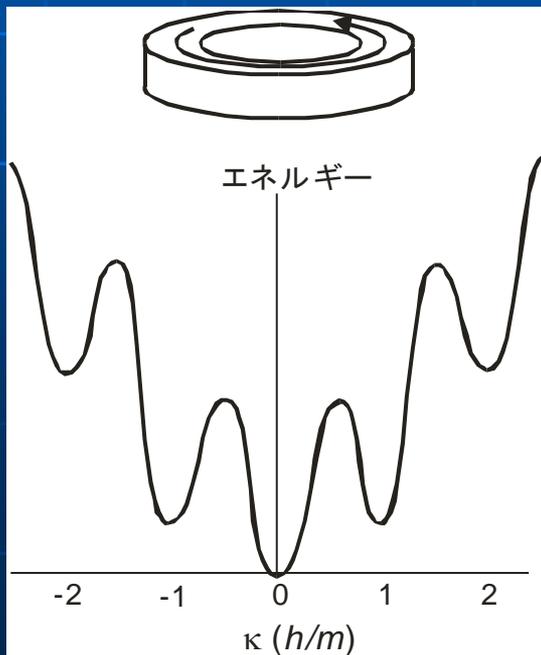
量子渦

巨視的波動関数 $\Psi = \Psi_0 e^{i\theta}$

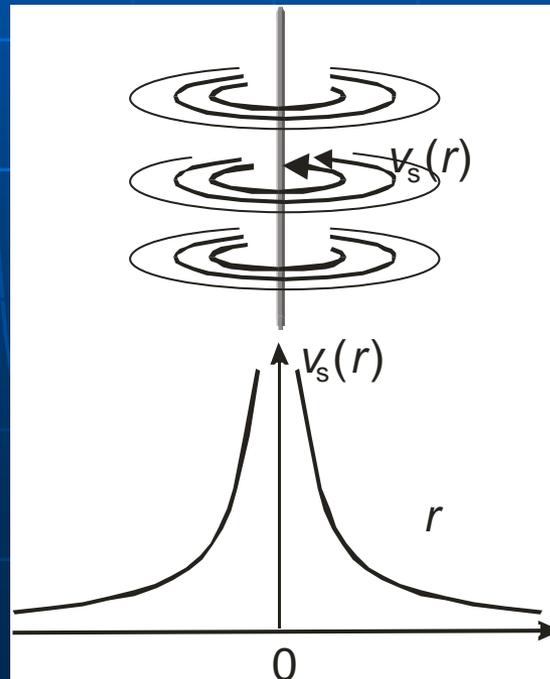
循環の量子化

$$\kappa \equiv \oint_C \mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s} = \frac{\hbar}{m} \oint_C \nabla \theta \cdot d\mathbf{s} = \frac{\hbar}{m} 2\pi n = n \frac{h}{m}$$

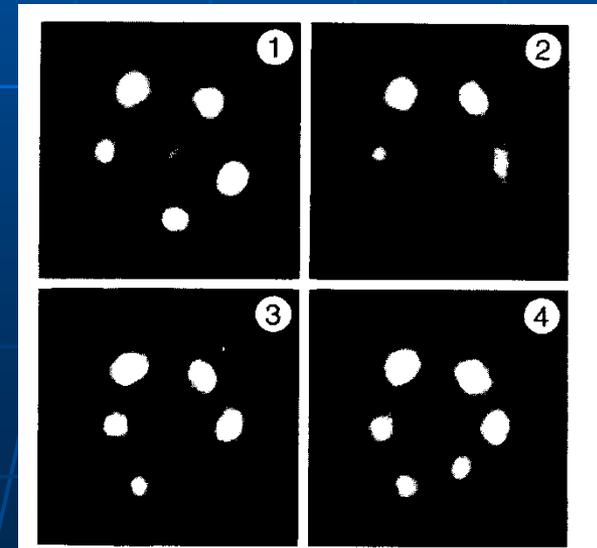
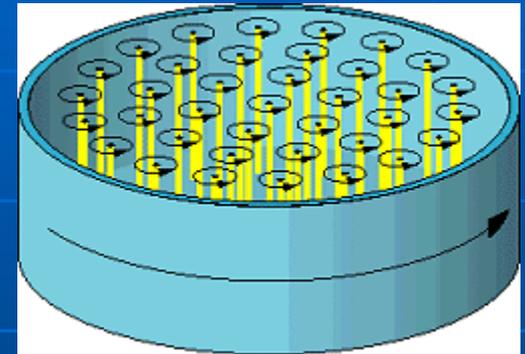
永久流



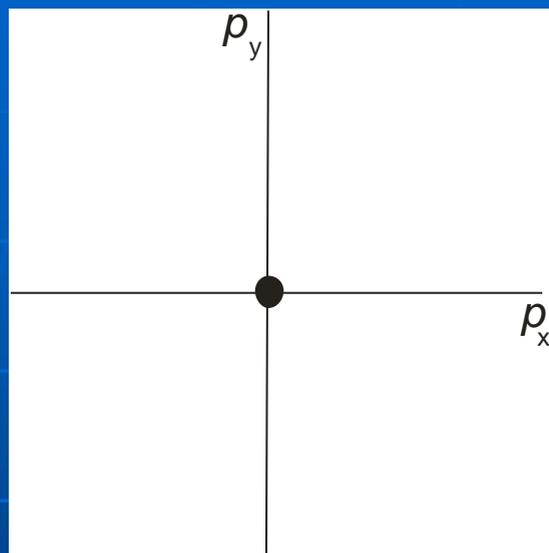
量子渦糸



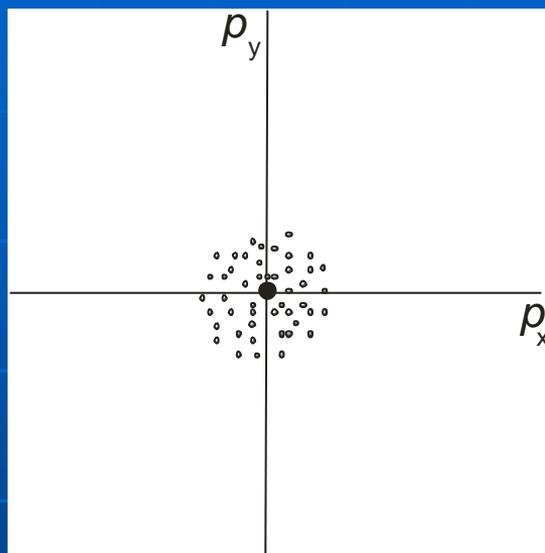
回転バケツの実験



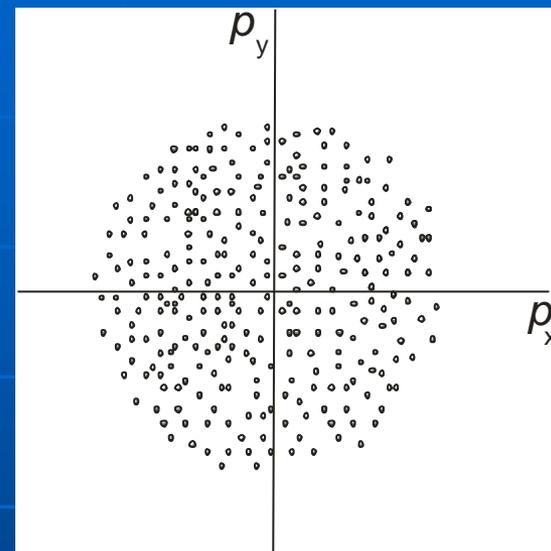
ボース・アインシュタイン凝縮



$T = 0$



$T = T_{BE}$



$T > T_{BE}$

熱的ド・ブロイ波長

$$\lambda_T = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T} \right)^{1/2}$$

熱的ド・ブロイ波長が粒子の間隔程度になるとボース凝縮

$$\lambda_T \approx n^{-1/3}$$

$$T_{BE} = \frac{2\pi\hbar^2}{mk_B} \left(\frac{n}{2.612} \right)^{2/3}$$

原子気体のレーザー冷却

原子(たとえばRb)の気体(蒸気)をトラップに溜めて冷やす

ドップラー冷却



- ・原子の共鳴振動数よりわずかに低い振動数の光を照射する.
- ・光と逆向きに走っている原子にとってはドップラー効果によってこの光の振動数が高く見えて共鳴に近くなり, 吸収確率が高くなる. 光を運動量を吸収することにより原子は減速される.
- ・光を再放出するときには等方的に放出されるので, 平均として原子は減速される.
- ・6本のレーザービームを x , y , z の正負から照射することによってあらゆる方向についてドップラー冷却が起こる.
- ・ドップラー冷却の限界は $T \sim 100\mu\text{K}$ 程度
⇒ この温度をさらに3~4桁下げる

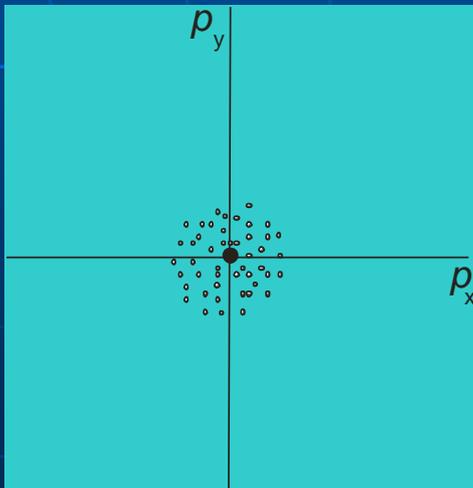
原子気体のボース・アインシュタイン凝縮

磁気光学トラップに冷却した原子気体を集める
蒸発冷却によって温度を下げてボース・
アインシュタイン凝縮の条件を実現する
 $T \sim 10^{-7} \text{K}$

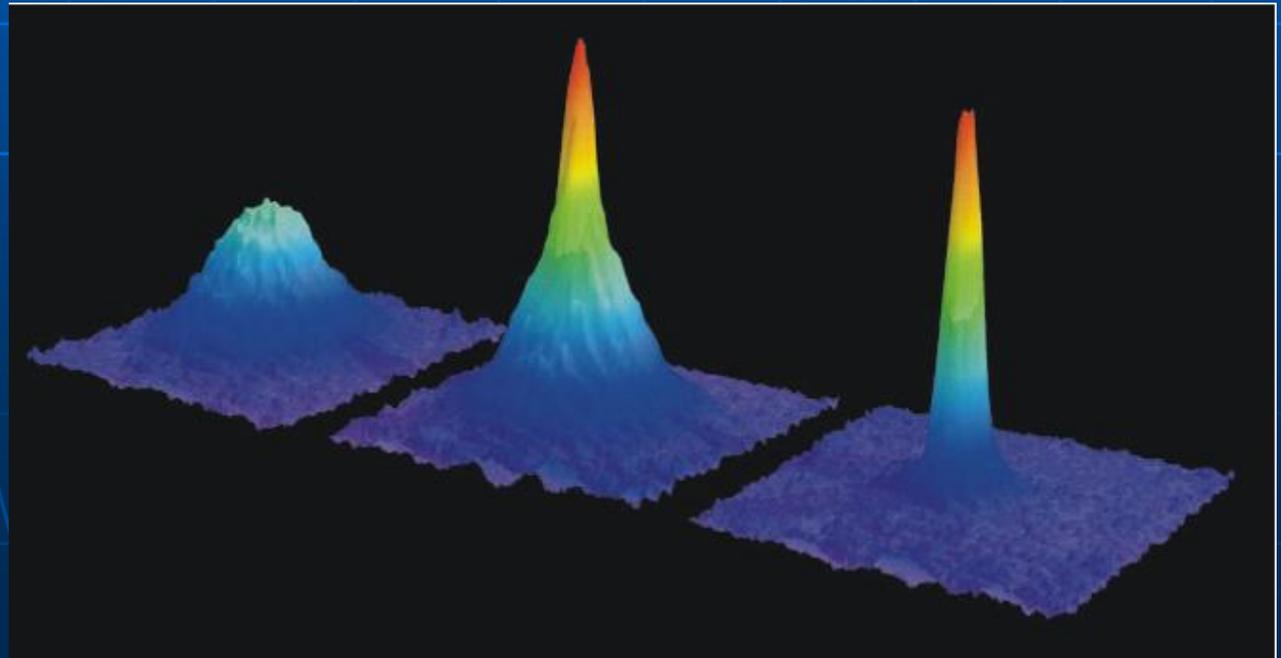
$$\lambda_T \approx n^{-1/3}$$

トラップを切ると原子雲は重力で落下しながら
その速度分布を反映して膨張する

✦ http://cua.mit.edu/ketterle_group/research.htm

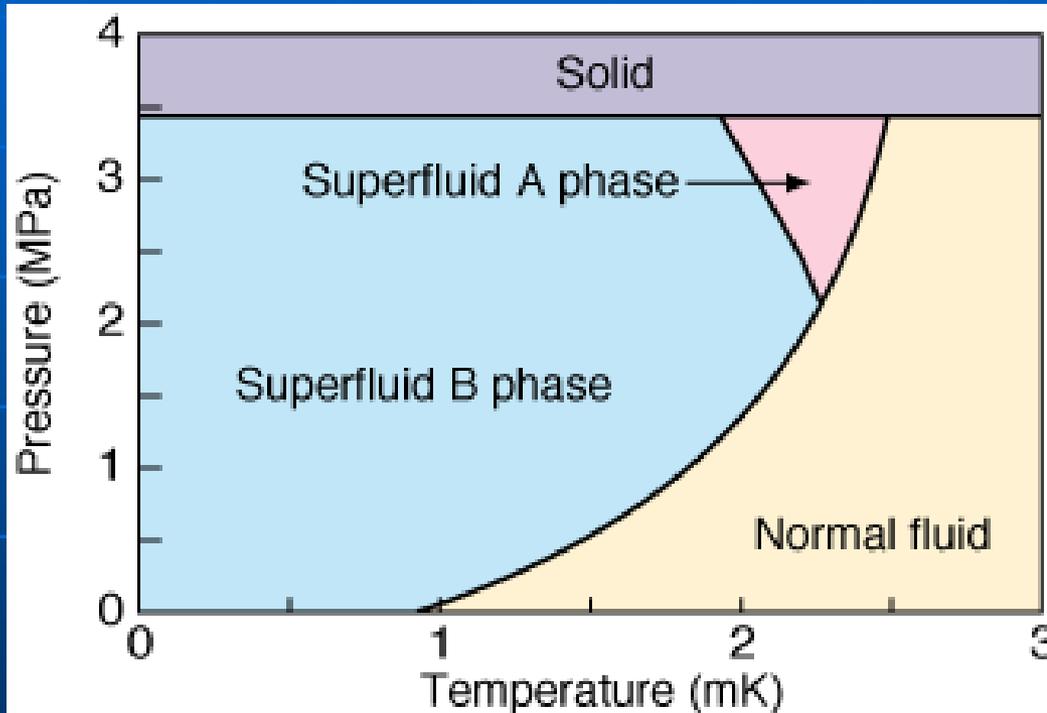


$$T = T_{\text{BE}}$$



ヘリウム3の超流動

^3He の相図



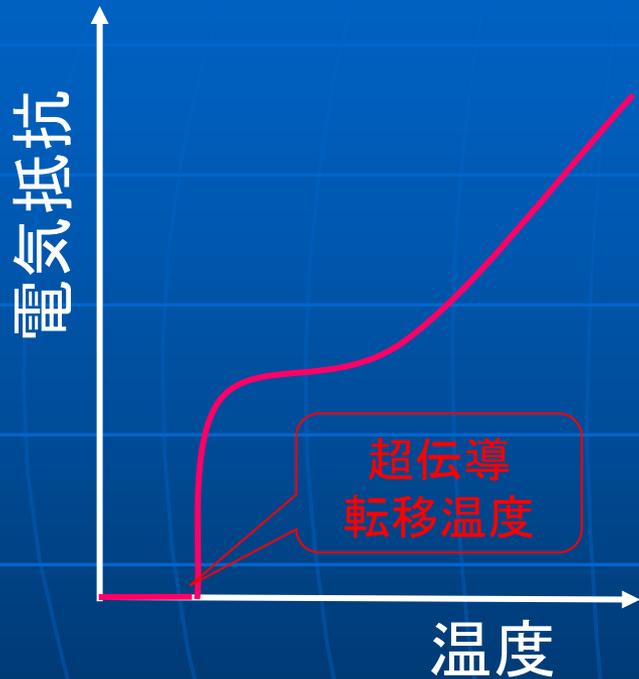
フェルミ粒子である ^3He はボース凝縮を起こさないが、2個の ^3He が対(ペア)になってボース粒子のようにふるまうことによって超流動相に移る

(超伝導と同じ機構)

^3He は $\sim 2\text{mK}$ という極低温で超流動になる

超伝導の基本的性質

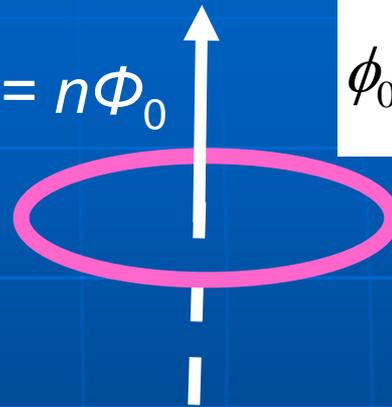
完全導体(ゼロ抵抗)



磁束の量子化

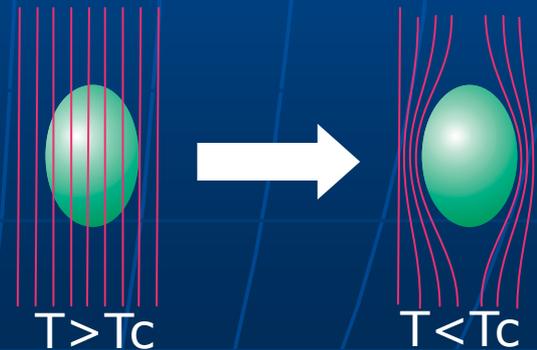
$$\phi = n\phi_0$$

$$\phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.07 \times 10^{-15} \text{ Wb}$$



超流動における循環
(渦)の量子化と同じ

完全反磁性(マイスナー効果)



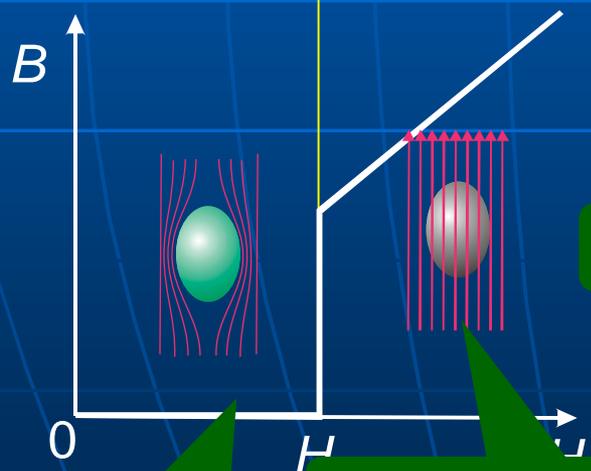
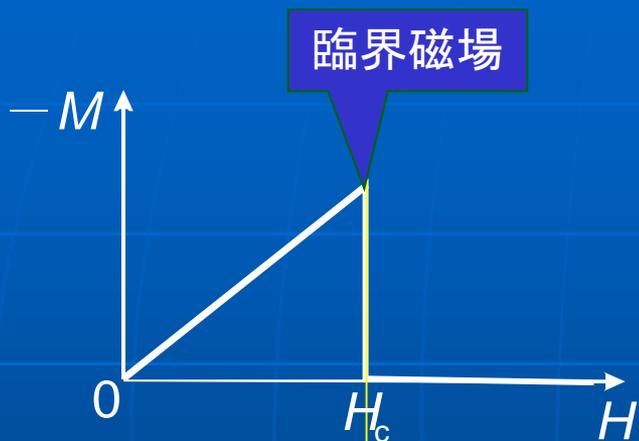
超伝導状態では磁場が排除される

永久電流



第 I 種超伝導体と第 II 種超伝導体

第 I 種超伝導体

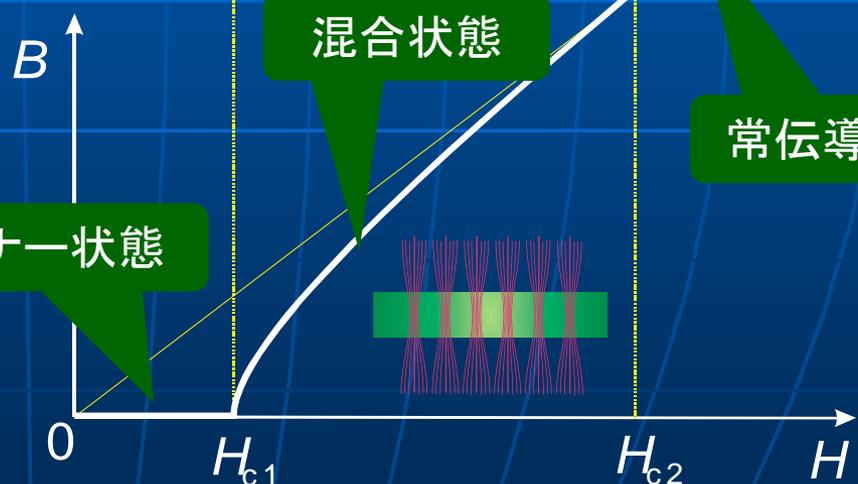
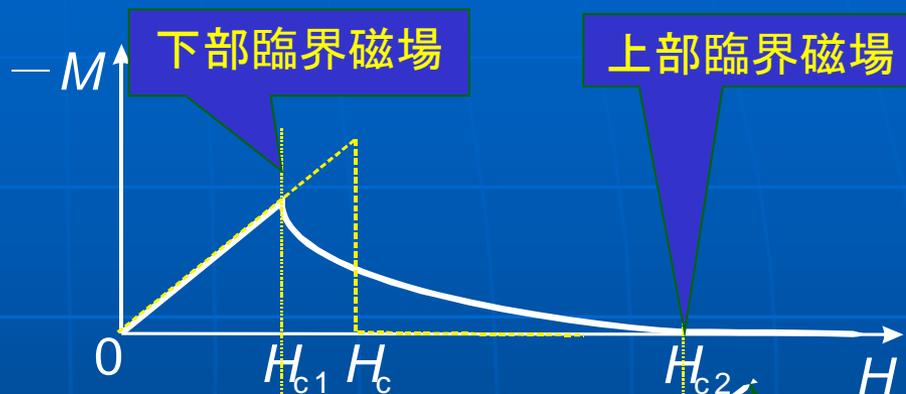


マイスナー状態

常伝導状態

マイスナー状態

第 II 種超伝導体



混合状態

常伝導状態

実用材料として使われる超伝導物質は第 II 種超伝導体

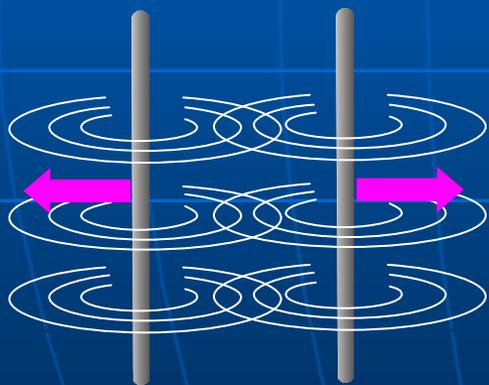
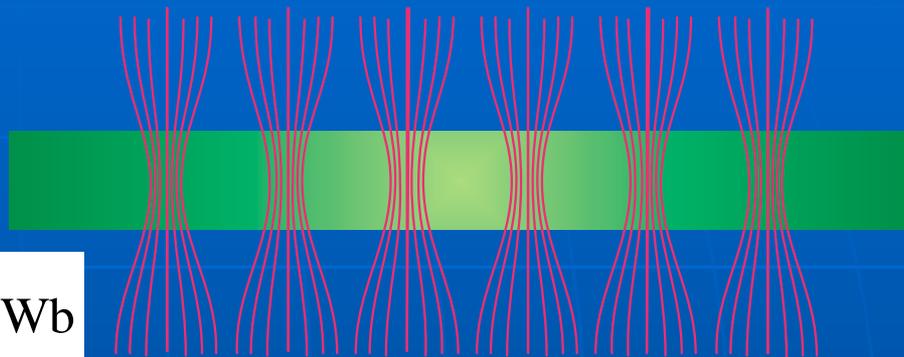
第二種超伝導体の量子磁束(渦糸)

量子磁束(渦糸)

第II種超伝導体の混合状態

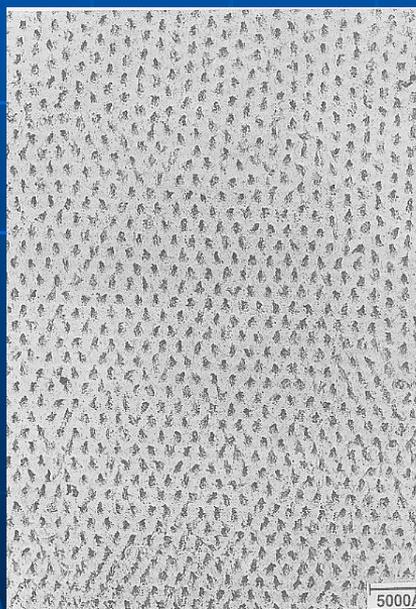


$$\phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.07 \times 10^{-15} \text{ Wb}$$

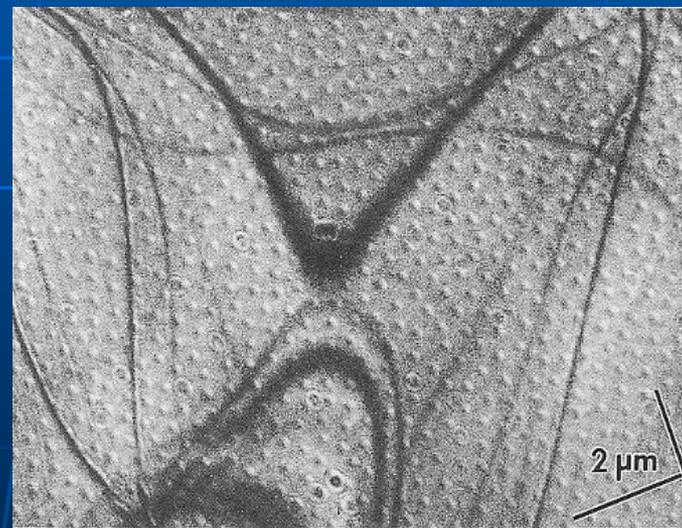


渦糸間には斥力が働く

三角格子



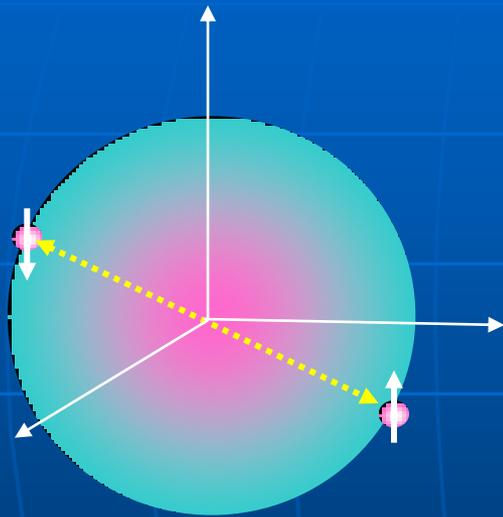
✦ ビッター法(Essmann & Traueble, 1968)



✦ ローレンツ顕微鏡
(外村 彰, 1992)

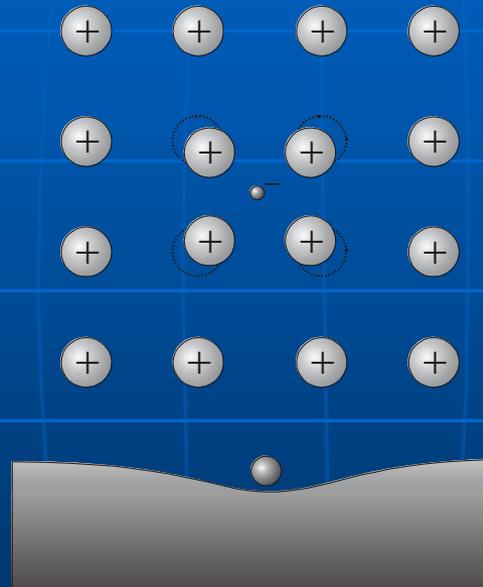
超伝導の機構

クーパ対の形成

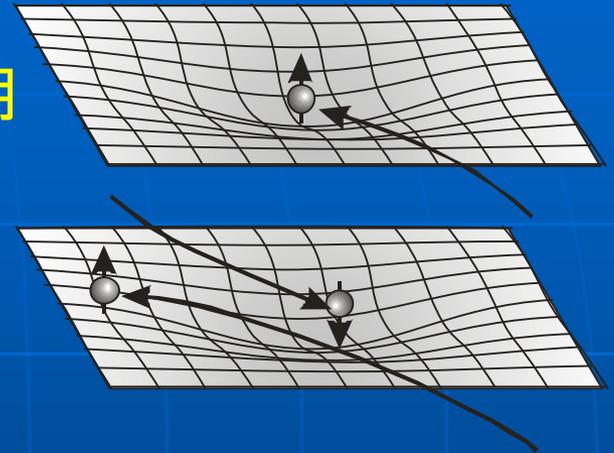


フェルミ面上の2個の電子に引力が働くと束縛状態(クーパ対)が形成される。

引力の起源は？
電子格子相互作用



超伝導転移温度

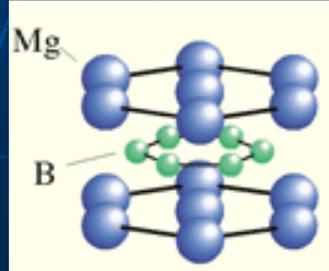
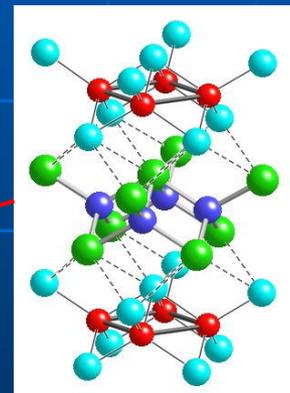
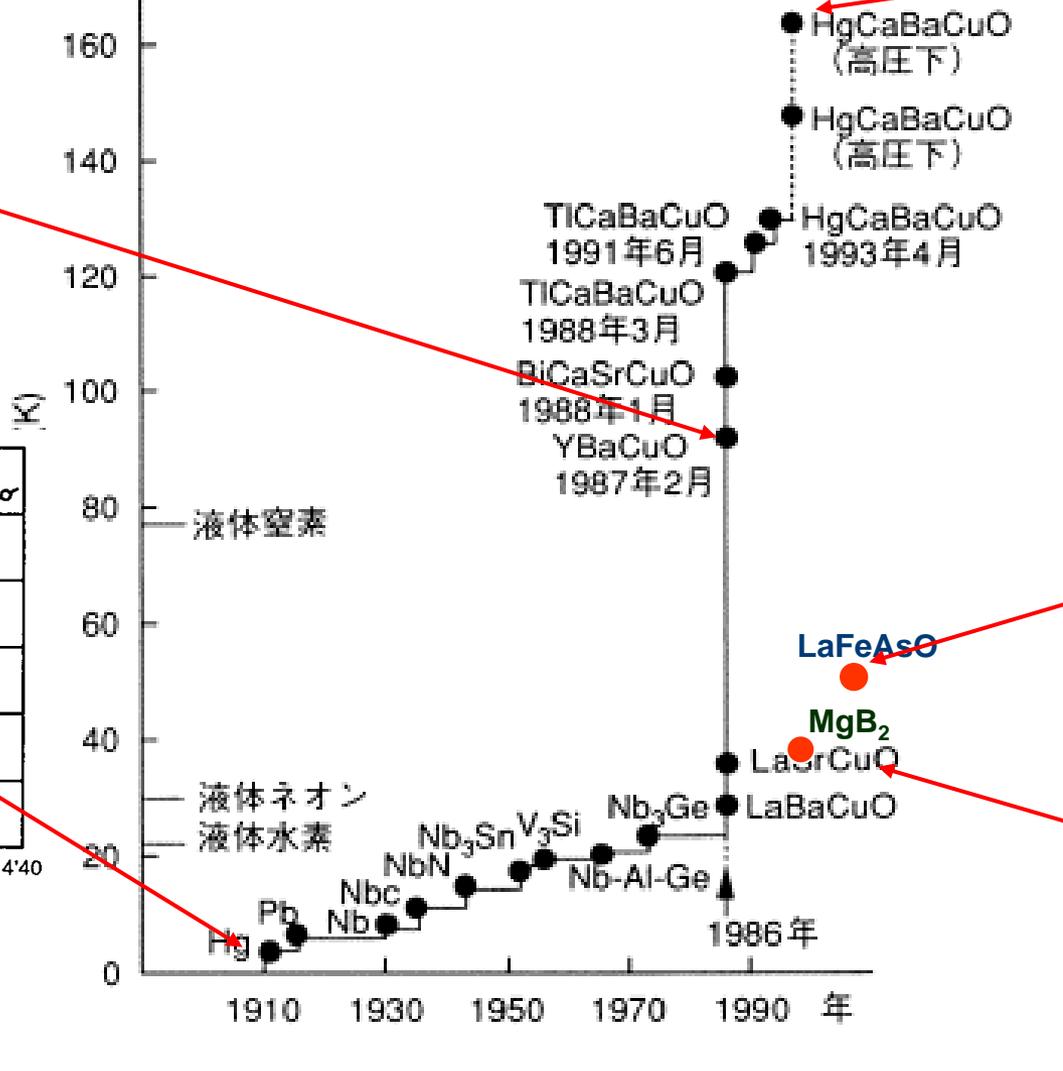
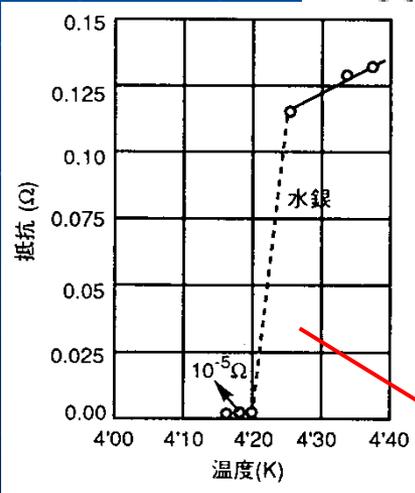
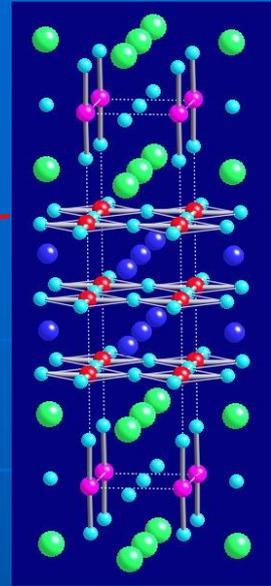
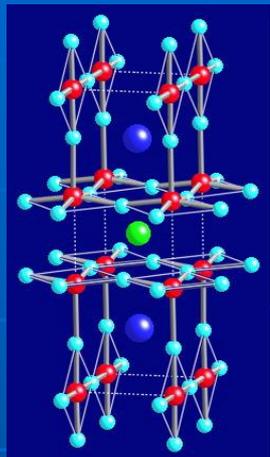


電子格子相互作用を介した電子間引力が電子間のクーロン斥力に打ち勝って正味の引力が働けばよい

$$T_c = 1.14\Theta_D \exp\left(-\frac{1}{N(0)V}\right)$$

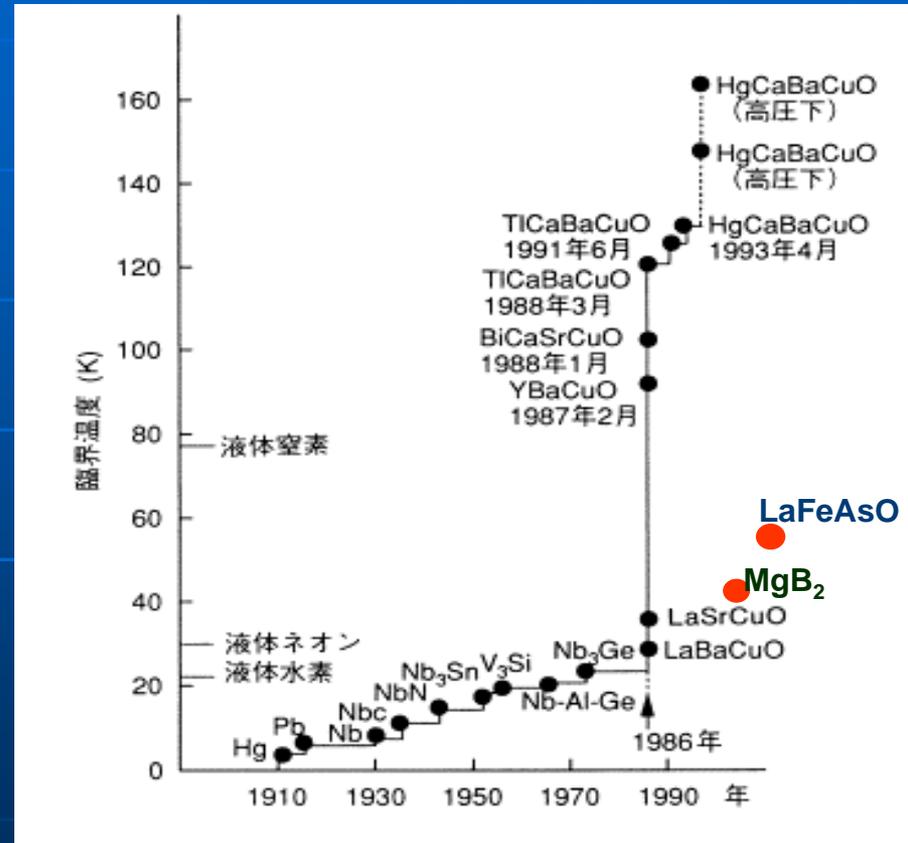
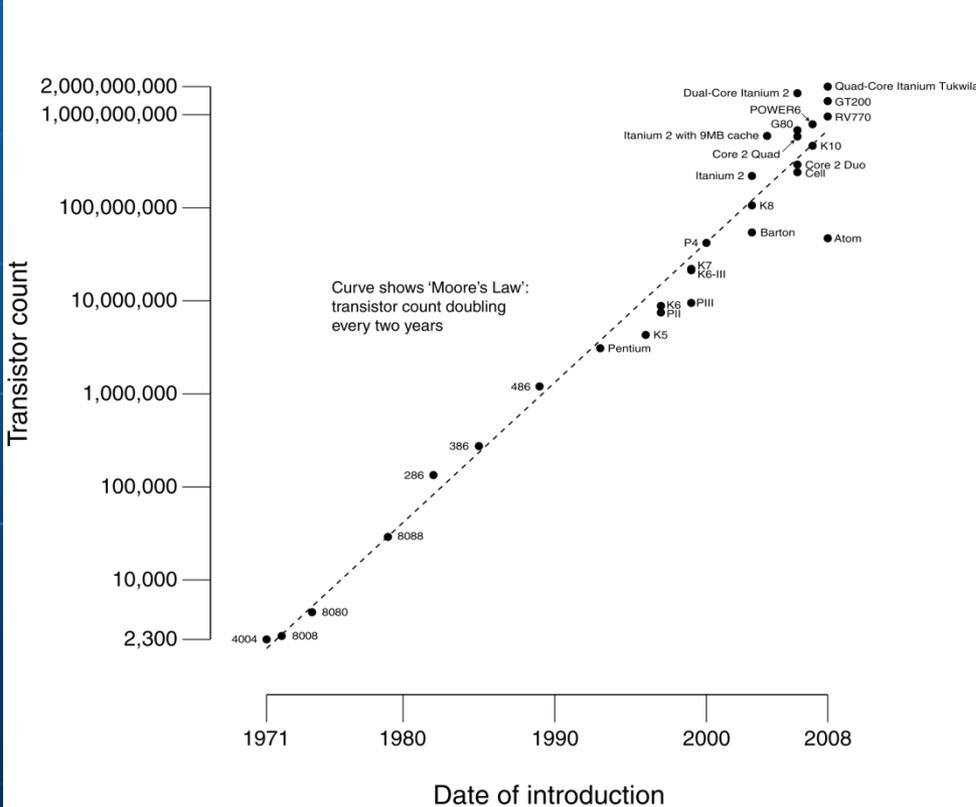
超伝導転移温度の変遷

室温超伝導は可能か？



技術発展の未来予測 VS 科学の展開の予測(?)

CPU Transistor Counts 1971-2008 & Moore's Law



ロードマップ ⇒
自己実現性の予言

科学の発展(特に発見)
は予測不能

まとめ

- 量子力学の特徴
 - 量子干渉, トンネル現象
- メゾスコピック物理
 - 量子コンダクタンス e^2/h
 - 量子干渉 AB効果
 - 単電子トンネル効果
- ナノテクノロジー, ナノサイエンス
 - 原子を見る, 原子を操る
 - 走査プローブ顕微鏡
- 巨視的量子現象
 - 超流動
 - ボース凝縮
 - 超伝導

物性物理学の位置づけ

- 多様な物質の多様な性質（物性）を量子力学の基本原理（量子力学）に基礎づけて理解する
- 多様性・複雑性の理解と普遍性・統一性を求める相転移，創発現象の理解
- 量子力学の限界に迫るような実験も行われるようになりつつある
- 「物質観」の構築に必要となる概念も少なくない
- 工学応用への基礎

面白いことがいっぱいある

文理両道のススメ

宇宙物理と通底する