

最終講義 私の物性基礎論・統計力学 —研究者として、教育者として—

和達 三樹

平成19年(2007年)

2月9日

I. はじめに

和達 三樹

昭和20年(1945年)

2月10日～



昭和21年1月9日



5才頃(大手町、中央気象台官舎)



物性基礎論

- “基礎”とは、解決または確立されていないことを意味する(湯川秀樹)
- “なぜ”
 - たとえば、なぜ物質には固相・液相・気相の三態があるのか



統計力学

- 手法と視点の普遍性、広い対象
- 巨視的状态の出現
- 熱力学極限 $N \rightarrow \infty$, $V \rightarrow \infty$, $N/V = \text{固定}$ 、の
数理学



教訓 I-1

独創的な生活と平凡な研究

よりは

独創的な研究と平凡な生活

を



II. 主な研究成果

1. 量子多体問題

電子気体 相関エネルギー、

2体相関関数の摂動論的計算

磁場下における電子気体の統計力学

A. Isihara, J. T. Tsai and M. Wadati, Magnetic Properties of an Electron Gas, Phys. Rev. A4, 990-1006(1971).引用回数 29



教訓 II-1

研究に困ったら磁場をかける

2. 液体、液晶、コロイド、高分子

古典論的多体問題

A) 液晶 棒状分子の統計力学



等方相

ネマティック相

等方相—ネマティック相
の転移

M.Wadati and A. Isihara, Theory of Liquid Crystals, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **17**, 95-108(1972). 引用回数 39

B) 剛体球系の固相—流体相転移

コロイド系への応用

M. Wadati and M. Toda, An Evidence for the Existence of Kirkwood-Alder Transition, J. Phys. Soc. Jpn. **32**, 1147(1972). 引用回数 84



c) DNAの超らせん状態

DNA分子鎖の弾性体模型

トポロジー的不変量による超らせんの分類と形状

Tw: twisting number, 中心軸の周りのねじれ

Wr: writhing number, 中心軸の形

Lk: linking number, 一方のヒモが他方を回る回数

$Lk=Wr+Tw$, トポロジー不変量(Fuller, 1971)

H. Tsuru and M. Wadati, Elastic Model of Highly Supercoiled DNA, *Biopolymers* **25**, 2083-2096(1986). 引用回数 47

3. ソリトン理論

1. ソリトン

Korteweg -de Vries方程式(1895年)

浅い水の波

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{6U}{\alpha} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} = 0$$

非線形性

分散性

非線形性

波のつつ立ち

分散性

波のひろがり

2つの効果の競合 孤立波(solitary wave)

定義 ソリトン

- A) 局在した波がその性質を変えずに伝播する。
- B) それらの局在波は互いの衝突に対して安定である。

粒子のように安定な波

solitary wave → soliton

1965 Zabusky-Kruskal

非線形波動

物理系

流体、プラズマ、非線形光学、固体、高分子、
原子核、素粒子、一般相対論、生物物理、…



1834年に、Scott-Russellが孤立波を観測した運河
(Edinburgh郊外、1984年)

2. 逆散乱法 Inverse scattering method

非線形発展方程式

$$U_t = K[U] \quad (1)$$

補助線形問題

$$L\Psi = \lambda\Psi$$

$$\Psi_t = M\Psi \quad (2)$$

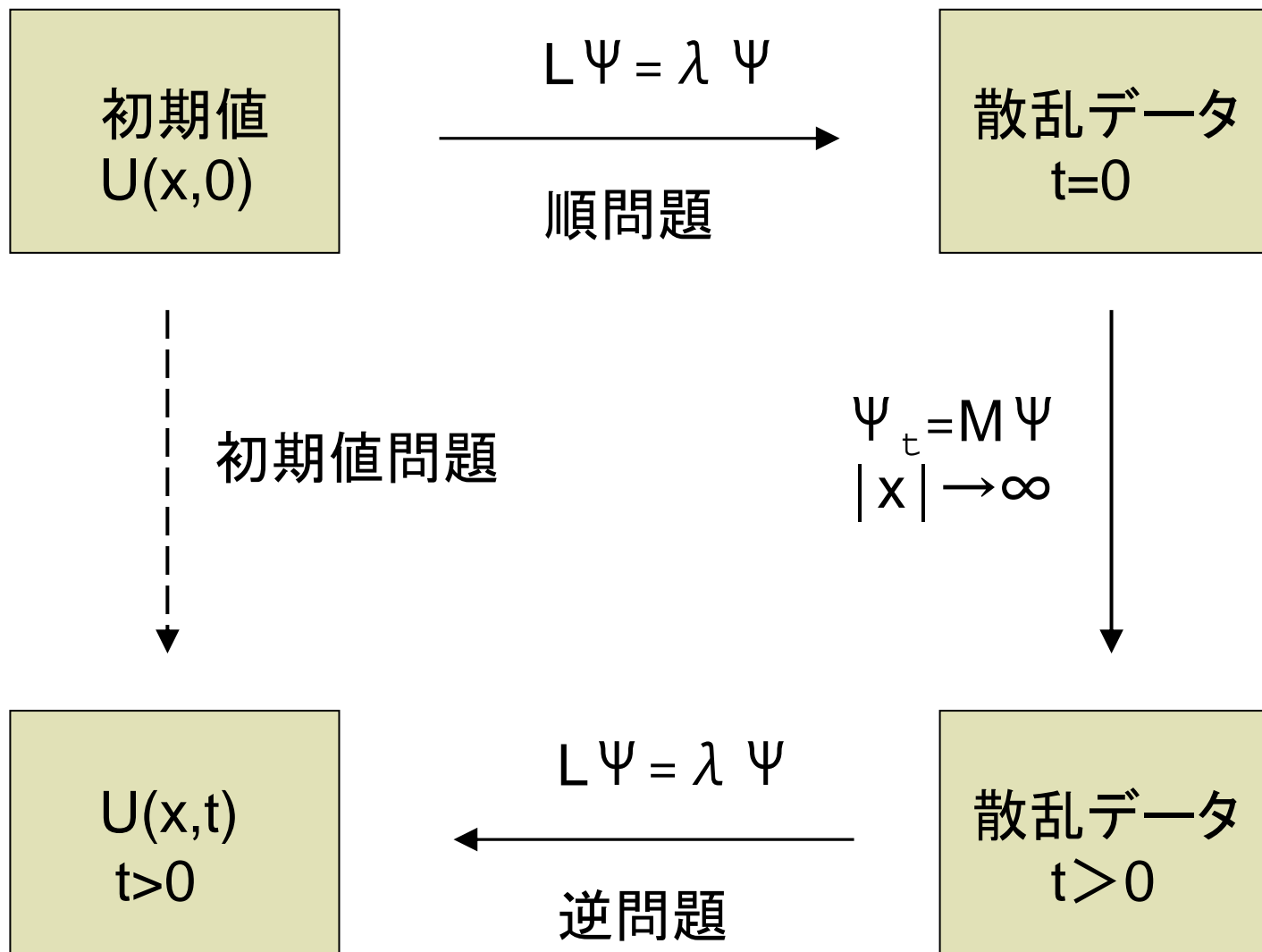
$$\lambda_t = 0$$

$$\rightarrow L_t = [M, L] \quad (1)\text{と同じ} \quad (3)$$

方程式(1)を解く代わりに、方程式系(2)を解く。

Fourier変換の非線形問題への拡張

初期値問題の解法





- **KdV方程式** $U_t + 6UU_x + U_{xxx} = 0$

M. Wadati and M. Toda, The Exact N-Soliton Solution of the Korteweg-de Vries Equation, J. Phys. Soc. Jpn. **32**, 1403-1411(1972). 引用回数 117

- **変形KdV方程式** $U_t + 6U^2U_x + U_{xxx} = 0$

M. Wadati, The Exact Solution of the Modified Korteweg-de Vries Equation, J. Phys. Soc. Jpn. **32**, 1681(1972). 引用回数 179

M. Wadati, The Modified Korteweg-de Vries Equation, J. Phys. Soc. Jpn. **34**, 1289-1296(1973). 引用回数 198

- **一般化KdV方程式** $U_t + 6\alpha UU_x + 6\beta U^2U_x + U_{xxx} = 0$

M. Wadati, Wave Propagation in Nonlinear Lattice I, J. Phys. Soc. Jpn. **38**, 673-680(1975). 引用回数 176

■ ソリトン理論

逆散乱法、保存則、変換理論の関係

M. Wadati, H. Sanuki and K. Konno, Relationships among Inverse Method, Bäcklund Transformation and an infinite Number of Conservation Laws, Prog. Theor. Phys. **53**, 419-436(1975). 引用回数 277

再定義 ソリトン方程式は完全積分可能系である。

ハミルトン力学系 自由度Nの力学系において、

$\{I_i, I_j\}_{PB} = 0$ involutive (包含的)

独立なN個の保存量 I_i があれば、求積法によって解くことができる(Liouvilleの定理)

逆散乱法の拡張

M. Wadati, K. Konno and Y. H. Ichikawa, A Generalization of Inverse Scattering Method, J. Phys. Soc. Jpn. **46**, 1965-1966(1979). 引用回数 136



教訓II-2

- 研究において、はじめはMinorityのほうがよい
- 鶏頭になるとも、牛尾になることなかれ



27才頃(東京教育大学光学研究所)

4. 厳密に解ける模型

2つの分野での発展

1. 量子力学系 (1+1)-次元粒子系、スピン系

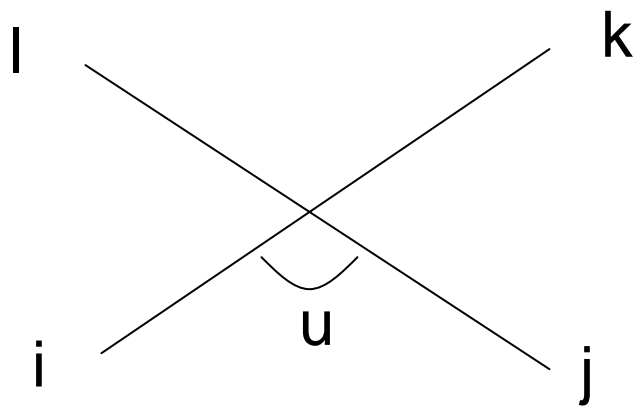
- ベーテ仮説法

ベーテ波動関数 多体波動関数は、1体波動関数の積の重ね合わせ

- S行列の因子化

N体S行列は、 $N(N-1)/2$ 個の2体S行列の積で表される。

S行列に対する条件式 C. N. Yang (1965).



S行列 $S_{jl}^{ik}(u)$

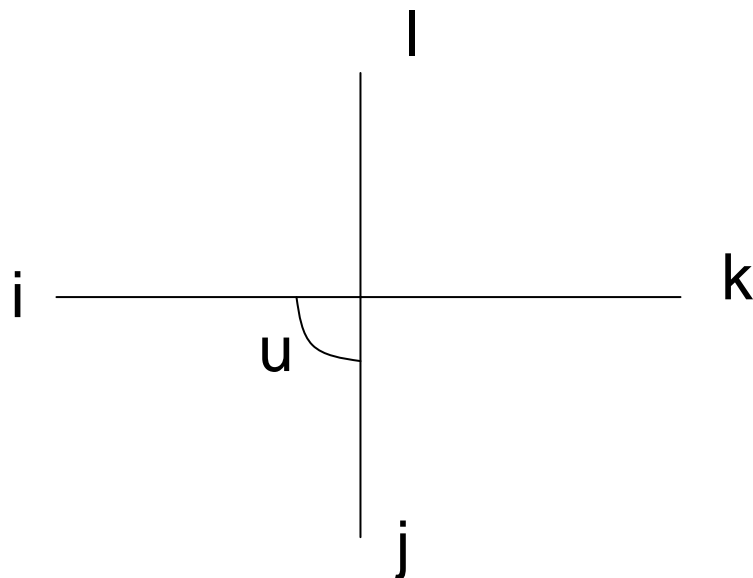
2. 統計力学 2次元格子上の模型

イジング模型(L. Onsager 1944)

6-vertex模型(E. Lieb, B. Sutherland 1967)

8-vertex模型(R. Baxter 1971)

交換する転送行列(Baxter 1972)

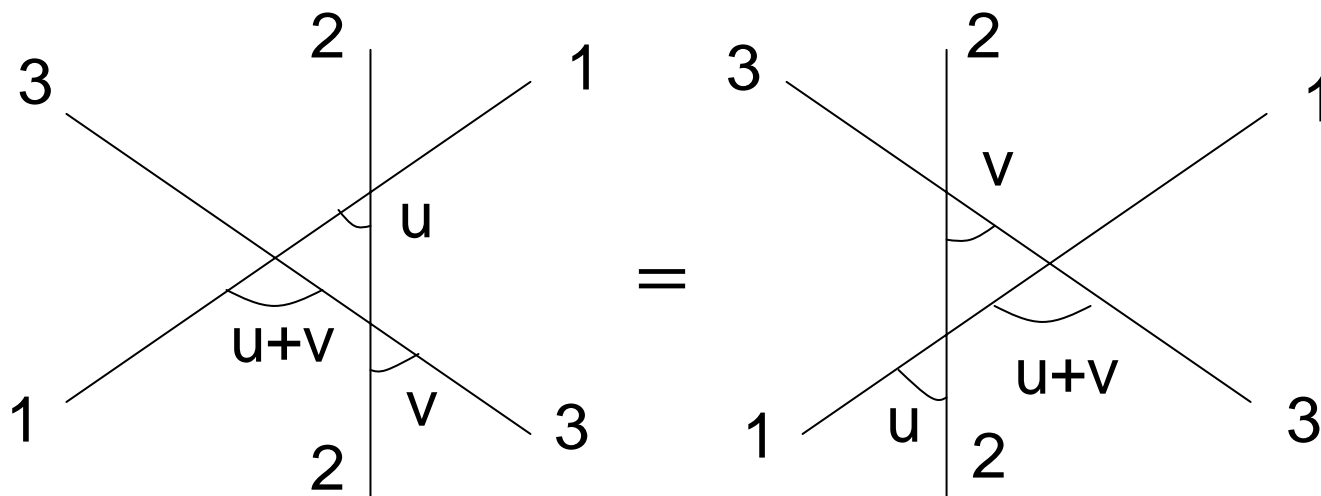


ボルツマン重率

$$w(i, j, k, l; u) = S_j^l(i, k; u)$$

量子逆散乱法

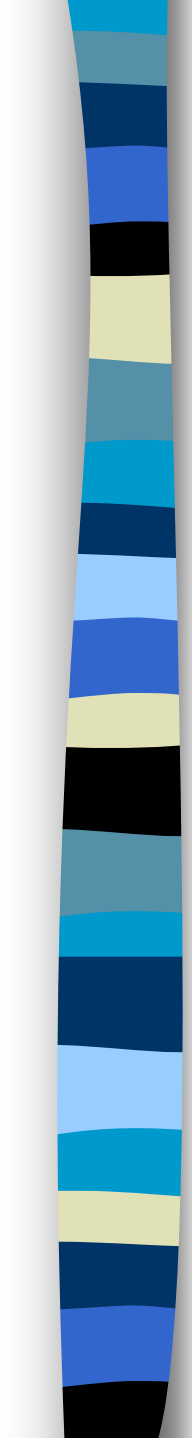
(1+1)-次元量子系と2次元古典格子系を統一的に記述



厳密に解けるための十分条件

Yang-Baxter方程式

物理学における厳密に解ける模型の統一



∞ 個の解ける模型がある

(任意の温度で解ける)

■ Generalized hard hexagon models 1986

Kuniba, Akutsu, Wadati

Baxter, Andrews

■ $A^{(1)}$ SOS models 1987

Date, Jimbo, Kuniba, Miwa, Okado

→ 共形場理論 (臨界点直上)

Professor R.J. Baxter, FAA, FRS

Dept. of Theoretical Physics,
RS Phys SE,
The Australian National University,
Canberra ACT,
Australia 0200

Telephone 61 2 6249 2968
e-mail: rj.baxter@anu.edu.au
Fax: 61 2 6249 4676

29 March 2000

Dear Professor Waditi,

Thank you very much for
the photos and for attending
the meeting here in February.
It was a memorable occasion.

With best wishes,

Rodney Baxter

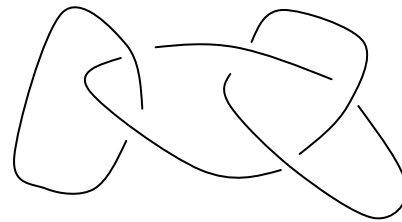
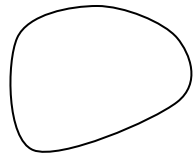


41才頃(東京大学教養学部)

5. 結び目理論

結び目 自分自身とは交わらない、すなわち、空間内の同じ点を一度しか通らない1本の閉じたひもを結び目 (knot) という。

絡み目 2本以上の閉じたひもを絡み目 (link) という



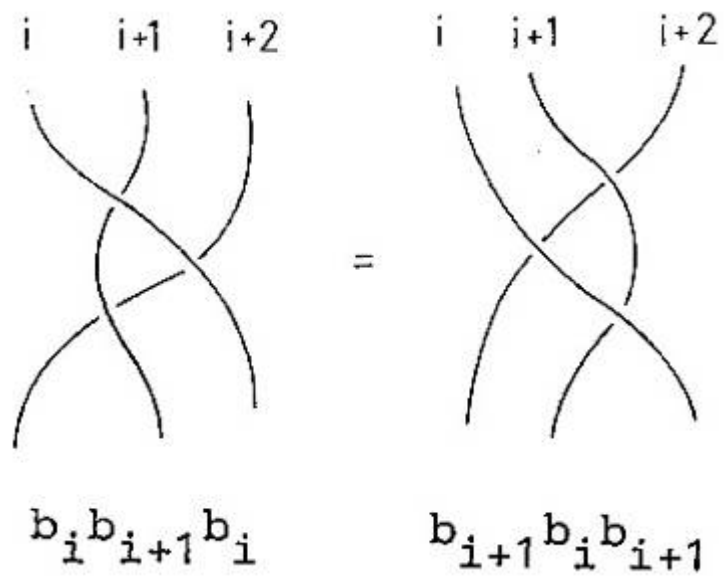
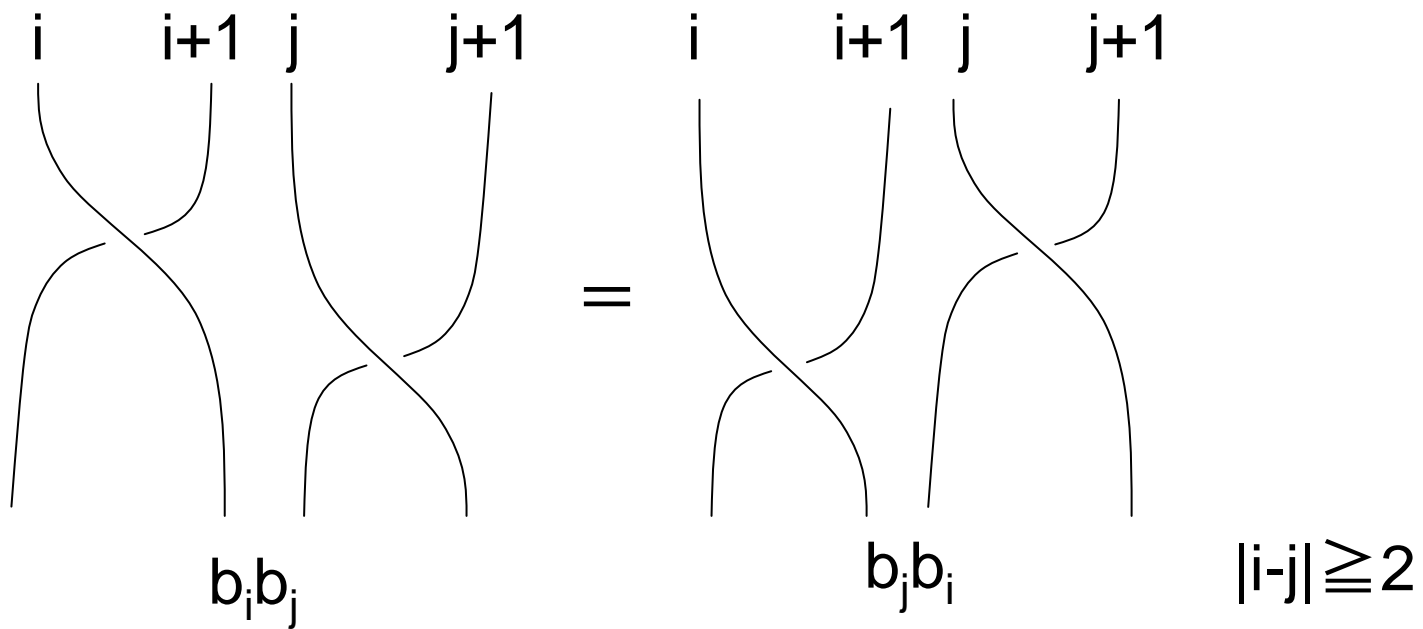
自明な結び目

3葉結び目

左の2つの結び目からなる絡み目

結び目理論 結び目や絡み目の識別と分類

組みひも群





Yang-Baxter関係式 → 組みひも群

ボルツマン重率の対称性 → 絡み目多項式

絡み目多項式を構築するのに必要なすべての情報は臨界点上の厳密に解けるモデルによって与えられる。

Y. Akutsu and M. Wadati, Knot Invariants and Critical Statistical Systems, J. Phys. Soc. Jpn. **56**, 839-842(1987). 引用回数 87

M. Wadati, T. Deguchi and Y, Akutsu, Exactly Solvable Models and Knot Theory, Physics Reports **180**, 247-332(1989). 引用回数 217



教訓 II-3

- よい情報は、信頼できる人間関係から。
- 同じような図が現れるのは、同じ原因・理由であることが多い。

F 153
DOCTORS AKUTSU, DEGUCHI AND
WADATI
UNIVERSITY OF TOKYO
INSTITUTE OF PHYSICS
COLLEGE OF ARTS AND SCIENCES
MEGURO-KU, TOKYO

(KP07290159/E)

① ② ③
④ ⑤ 月 日

〒163
KDD
東京国際郵便局
東京都新宿区
西新宿2-3-2
(国際郵便在中)

ZCZC TLD664 WJB391 IOA366 4-025989S209
JPTK CO UDNX 034
TPMT STONYBROOK NY 34/33 28 1500

DOCTORS AKUTSU, DEGUCHI AND WADATI
UNIVERSITY OF TOKYO
INSTITUTE OF PHYSICS
COLLEGE OF ARTS AND SCIENCES
MEGURO-KU,
TOKYO153

CONGRATULATIONS ON YOUR BEAUTIFUL WORK. PLEASE CONTINUE TO SEND ME
YOUR PREPRINTS.
C H YANG

COL TOKYO153



47才 (Weizmann研究所前)



60才(サンフランシスコ空港)

6. ボース・アインシュタイン凝縮

再び、量子多体問題！

S. N. Bose (1924)

光子の統計性、プランク公式の再導出

A. Einstein (1924, 1925)

化学ポテンシャル μ の導入

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp[(\varepsilon - \mu)/k_B T] - 1} \quad \mu \leq 0$$

1つの量子状態を巨視的な数のボース粒子が占める現象・・・ボース・アインシュタイン凝縮(BEC)

レーザー冷却 $\sim 10^{-4}\text{K}$

蒸発冷却 $\sim 10^{-6}\text{K}$



1995 ^{87}Rb Colorado大学

^7Li Rice大学

^{23}Na MIT

1998 ^1H MIT

複合粒子としてボース粒子

超低温中性原子系の興味深い点

- 粒子数、温度、相互作用の強さ、を独立に変えることができる。
- いろいろな粒子種(ボース粒子、フェルミ粒子)を自由に混合できる
- 基礎物理学の諸現象の検証
- コヒーレントな物質波

i. 引力系の安定性 ${}^7\text{Li}$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + \frac{1}{2} m (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) + g |\Psi|^2 \Psi$$

Gross-Pitaevskii方程式(1961)

・・・非線形シュレディンガー方程式

3次元, $g < 0$ 系は不安定になる

V. E. Zakharov, Collapse of Langmuir waves (1971)

ある粒子数(臨界粒子数)以上では凝縮体は崩壊する。

M. Wadati and T. Tsurumi, Critical Number of Atoms for the Magnetically Trapped Bose-Einstein Condensate with Negative S-Wave Scattering Length, Phys. Lett. A**247**, 287-293(1998). 引用回数 34



教訓 II-4 情報による漁夫の利

- 本質的に難しい問題は、分野に共通にある。
- 既に他の分野で、問題が解かれている場合がある。
 - ◆◆◆ 余裕を持った研究生活

2. F=1スピノル型ボース・アインシュタイン凝縮体 における物質波ソリトン

3-成分のオーダーパラメータ $\Phi = (\Phi_+, \Phi_0, \Phi_-)$

Gross-Pitaevskii energy functional

$$E_{GP}\{\Phi\} = \int dx \left(\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x \Phi_\alpha^* \partial_x \Phi_\alpha + \frac{\bar{c}_0}{2} \Phi_\alpha^* \Phi_{\alpha'}^* \Phi_{\alpha'} \Phi_\alpha + \frac{\bar{c}_2}{2} \Phi_\alpha^* \Phi_{\beta'}^* f_{\alpha\beta} \cdot f_{\alpha'\beta'}^T \Phi_{\alpha'} \Phi_{\beta'} \right)$$

$\alpha, \beta, \alpha', \beta' = +, 0, -$ $f = (f^x, f^y, f^z)$ spin-1 matrices

完全積分可能条件 $\bar{c}_0 = \bar{c}_2$ 新しいソリトン系

J. Ieda, T. Miyakawa and M. Wadati, Exact Analysis of Soliton Dynamics in Spinor Bose-Einstein Condensates, Phys. Rev. Lett. **93**, 194102-1~4(2004). 引用回数 8

T. Tsuchida and M. Wadati, The Coupled Modified Korteweg-de Vries Equations, J. Phys. Soc. Jpn. **60**, 1175-1187(1998). 引用回数 36

3. 準1次元系の量子多体問題

光格子

- 準1次元系、スピン自由度
- ボソン系、フェルミオン系

ベーテ仮説法

波動関数に対する境界条件 → ベーテ方程式

熱力学極限 運動量分布関数に対する積分方程式

ベキ級数展開による解法

M. Wadati, Solutions of the Lieb-Liniger Integral Equation, J. Phys. Soc. Jpn. 71, 2657-2662(2002). 引用回数 7回

2成分フェルミオン系

$$\gamma = \frac{C}{D}$$

結合定数 C 、数密度 D

$$P = \frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \quad \text{スピン分極}$$

BCS-BEC crossover ($C < 0$)

BCS small $|\gamma|$

BEC large $|\gamma|$

T. Iida and M. Wadati, reprints and preprints.

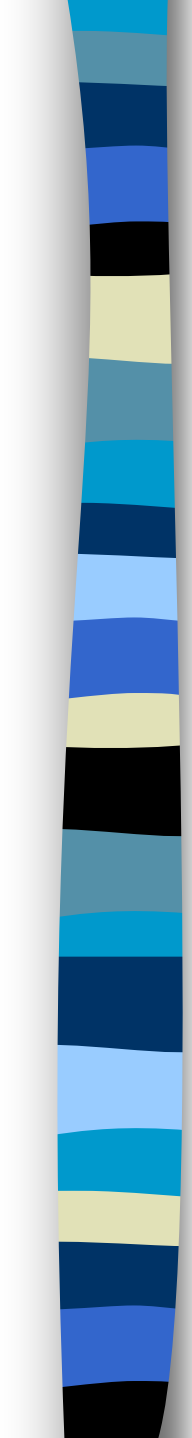
T. Iida, Doctor Thesis (Dec. 2006)



III. まとめ

卒業生

- 1981
 - 大熊 建司(東芝研究開発センター)
- 1983
 - 鶴 秀夫(日東紡音響エンジニアリング)
- 1984
 - 小西 哲郎(名古屋大学理学部)
 - 国場 敦夫(東京大学総合文化研究科)
- 1986
 - 矢嶋 徹(宇都宮大学工学部情報工学科)
- 1987
 - 出口 哲生(お茶の水大学理学部物理学科)

- 
- 1988
 - 飯塚 剛(愛媛大学理学部物質理学科基礎物理学)
 - 1989
 - 永尾 太郎(名古屋大学大学院多元数理)
 - 森 靖英(日立)
 - 1990
 - 高木 太一郎(防衛大学数学物理学科)
 - 津留崎 恭一(神奈川県産業技術総合研究所)
 - 中尾 竹伸(日本IBM)
 - 1991
 - 中山 一昭(信州大学理学部数学科)
 - 樋上和弘(東京大学理学部物理学科)
 - 久門 正人(Standard & Poor's)
 - 守 真太郎(北里大学物理教室)



■ 1992

- 宇治野 秀晃(群馬工業高等専門学校)
- 城石 正弘(東京大学物性研究所高橋實研究室)
- 水田 秀行(日本IBM)

■ 1993

- 河西 憲一(群馬大学工学部情報工学科)
- 長谷川 俊夫(三菱電機情報技術総合研究所)
- 村上 修一(東京大学工学部物理工学科)

■ 1994

- 阿久澤 利直(野村證券金融研究所)
- 梶永 泰正(日本IBM)
- 鶴見 剛也(電力中央研究所)



1993年 安田講堂前



■ 1995

- 小森 靖(名古屋大学大学院多元数理)
- 笹本 智弘(千葉大学理学部情報数理学講座)
- 土田 隆之(岡山光量子科学研究所)

■ 1996

- 山崎(井上) 玲(東京大学大学院理学系研究科)
- 藤井 康広(日立)

■ 1997

- 齊藤(梅野) 有希子(富士通総研)
- 西野 晃徳(東京大学生産技研羽田野研究室)

■ 1998

- 森瀬 博史(東芝)
- 榊原 正人
- 松浦 宏樹



■ 1999

- 緒方 芳子(東京大学大学院数理科学研究科)
- 加藤 豪(NTTコミュニケーション科学研究所)
- 三宅 章雅(University of Innsbruck)

■ 2000

- 家田 淳一(東北大学金属材料研究所前川研究室)
- 今村 卓史(東京大学生産技研羽田野研究室)

■ 2001

- 上杉 信孝(野村総合研究所)
- 内山 優(東芝)

■ 2002

- 飯田 俊朗(東京大学大学院理学系研究科)
- 黒沼 慎太郎(Just Systems)



■ 2003

– 加藤 久貴(郵政公社)

– 坂本 玲峰(東京大学大学院理学系研究科)

– 茂地 圭一(東京大学大学院理学系研究科)

■ 2004

– 土田 直司(日本銀行)

■ 2005

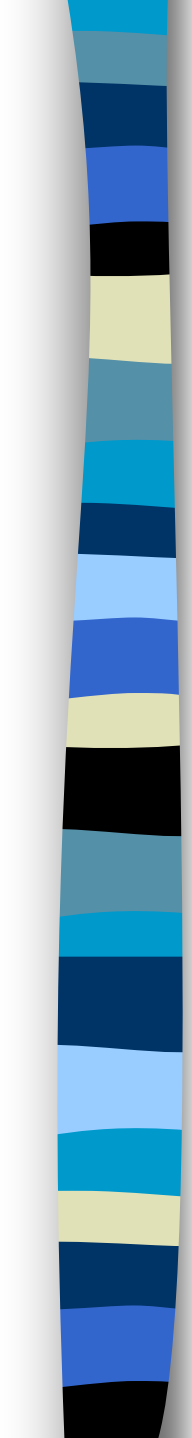
– 黒崎 哲夫(日本銀行)

– 渡部 昌平(東京大学大学院理学系研究科)



■ PD

- Eugenio Olmedilla (Univ. Complutense, Spain)
- Christophe Claude
- Frank Goehmann (Wuppertal University, Germany)
- Bireswar Basu-Mallick (Saha Institute, India)
- 范 桁
- 宮川 貴彦 (東京理科大学)
- X. Y. Ge (Zhongnan University)



東京大学大学院における指導教官として

博士号取得者 38名(+2名)

修士号取得者 7名(+2名)

研究

論文共著者

日本人 71名

外国人 19名



2006年12月16日現在

1. 論文数

Reguler Journals 328

Review Journals and Books 47

2. 引用数

総引用回数 6413 (Web of Science)

SPIRES classification

Famous papers (100-499) 10

Well-known papers (50-99) 16

Known papers (10-49) 146



教訓 III-1

太ったブタよりは
やせたソクラテスになれ
(大河内一男 東大総長)

やせたソクラテスよりは
太ったソクラテスになれ
(独立法人化後の大学)



教訓 III-2

- 清貧
- noblesse oblige



教訓 III-3

初心忘るべからず
なぜ物理学科を選んだのか



教訓 III-4

ピーターの法則（米国、1960年代）

人間は無能なレベルに達するまで出世する



教訓 III-5

一生の業績、人生の成功・不成功はその
経路によらない。

・・・積分公式



ありがとうございました。