

量子力学 2001 年予備試験 2001 年 6 月 26 日

問題 1. 主量子数  $n = 2$  にある水素原子に摂動

$$H' = b(2z^2 - x^2 - y^2)$$

がかかっている。この場合、摂動の 1 次の範囲でエネルギーの変化を求めよ。ただし水素の波動関数は  $\psi_{nlm}(\mathbf{r}) = f_{nl}(r)Y_{lm}$ 、 $A_{nl} = b \int_0^\infty dr r^4 f_{nl}(r)^2$  と書け  $A_{nl}$  の値は既知であるとせよ。また  $Y_{lm}(\theta, \phi)$  は以下に与える。ただし、 $Y_{lm}$  のままで使うことが便利か、その線形結合をとる方が便利かは十分考えよ。

問題 2.  $(\theta, \phi)$  方向を向いている磁場がかかっている。このときスピンに関するハミルトニアンは  $H_Z = \frac{e}{m} \mathbf{s} \cdot \mathbf{B}$  である。スピン ( $s = \frac{1}{2}$ ) の準位を対角にすることによりこのスピン状態を  $s_z$  の固有関数  $\alpha, \beta$  を用いてあらわす。ただし、 $s_z$  を対角にする基底 ( $m_s = \pm \frac{1}{2}$ ) では、スピン行列は

$$s_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$s_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad s_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

となることは、そのまま用いてよい。

[参考] 球関数について

$$(\ell = 0 : s\text{-wave}) \quad Y_{00} = 1/\sqrt{4\pi}$$

$$(\ell = 1 : p\text{-wave})$$

$$Y_{11} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \frac{x + iy}{r} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi},$$

$$Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{z}{r} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta,$$

$$Y_{1-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \frac{x - iy}{r} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{-i\phi}$$