

問1. 軌道角運動量演算子 $\hat{l}_x, \hat{l}_y, \hat{l}_z$ とラプラシアン Δ の交換関係を計算せよ。

問2. 3次元空間で球対称ポテンシャル

$$V(r) = \begin{cases} 0 & : r < a \\ \infty & : r > a \end{cases}$$

が与えられている。この問題の最低エネルギー - 状態を変分法にて求めたい。以下の間に答えよ。

- (a) 3次元のシュレディンガー方程式を書きくだし、局座標に変換せよ。
- (b) 最低エネルギー状態の満たすべき波動関数の対称性と、 $r = 0$ 及び $r = a$ における境界条件を記せ。
- (c)(b) で与えた条件を満足し、かつ最も扱い易いと考える変分波動関数を仮定せよ。
- (d)(c) で仮定して変分波動関数を用いて変分を行い、基底状態のエネルギーを定めまた波動関数を決定せよ。その結果に付いて議論し、変分波動関数を検討せよ。

問3. 一様な静磁場 B 中にある1個の電子のスピンを運動を考える。スピンのハミルトニアンは

$$H = \frac{e}{mc} \mathbf{s} \cdot \mathbf{B}$$

である。

- (a) 磁場が z 方向を向き、時刻 $t = 0$ でスピンは s_x (注意!! s_z ではない。) の固有値が $\hbar/2$ である状態にあった。以後の任意の時刻 $t > 0$ におけるスピン波動関数を求めよ。
- (b) 任意の時刻 t における s_x, s_y, s_z の期待値を求め、スピンの運動を論じよ。
- (c) 磁場の方向 (局座標で θ, ϕ の方向) が任意の方向を向いているとする。時刻 $t = 0$ には、スピンは s_z の固有値が $\hbar/2$ である状態にあった。その後の任意の時刻におけるスピン波動関数を求めよ。またその時スピンの s_z の固有値が $-\hbar/2$ である状態に見いだされる確率を求め、時間の関数として図示せよ。

(注意) 全体の出来如何により、追試験・再試験をやるので、試験後の休みの期間も掲示を注意していること。