



東京大学 工学部 計数工学科/物理工学科

# 応用音響学：線形予測分析 (1) LPC分析

嵯峨山 茂樹 <[sagayama@hil.t.u-tokyo.ac.jp](mailto:sagayama@hil.t.u-tokyo.ac.jp)>

東京大学 工学部 計数工学科 <http://hil.t.u-tokyo.ac.jp/>

## ■ 音声分析は音声技術全般の基礎

- 音声分析合成 — 音声の特徴抽出再生の基礎技術。
- 音声符号化 — 携帯電話, PHS, インターネット応用, 通信カラオケ, etc.
- 音声認識 — 音声の特徴をもとにパターン認識 (マッチング, HMM)。
- 音声合成 — 音声パラメータを合成し, 波形を生成。
- 音声加工 — 音声を操作, 変形; 雑音除去, エコー消去, etc.

## ■ 特徴

- 日本 (NTT) が活躍した分野
- 全極型モデル化: LPC (1966), PARCOR (1969), LSP (1979), CSM (1979), ...
- 世界的に応用 音声情報の圧縮符号化に



# 分野の概要: LPC/PARCOR/LSP

## ■ LPC (Linear Predictive Coding - 線形予測符号化) 法 [板倉 1966]

- 全極型フィルタモデル(i.e., AR(自己回帰)モデル)

$$y_t + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \cdots + a_p y_{t-p} = \varepsilon_t$$

のパラメータ  $\{a_i\}$  の最尤推定。(のち Atal が最小自乗で定式化.)

- 非対称尺度による音声スペクトルへのフィッティング.
- 板倉-斎藤スペクトル距離. 現代の音声認識の幕開け.

## ■ PARCOR (Partial Autocorrelation - 偏相関) 法 [板倉 1969]

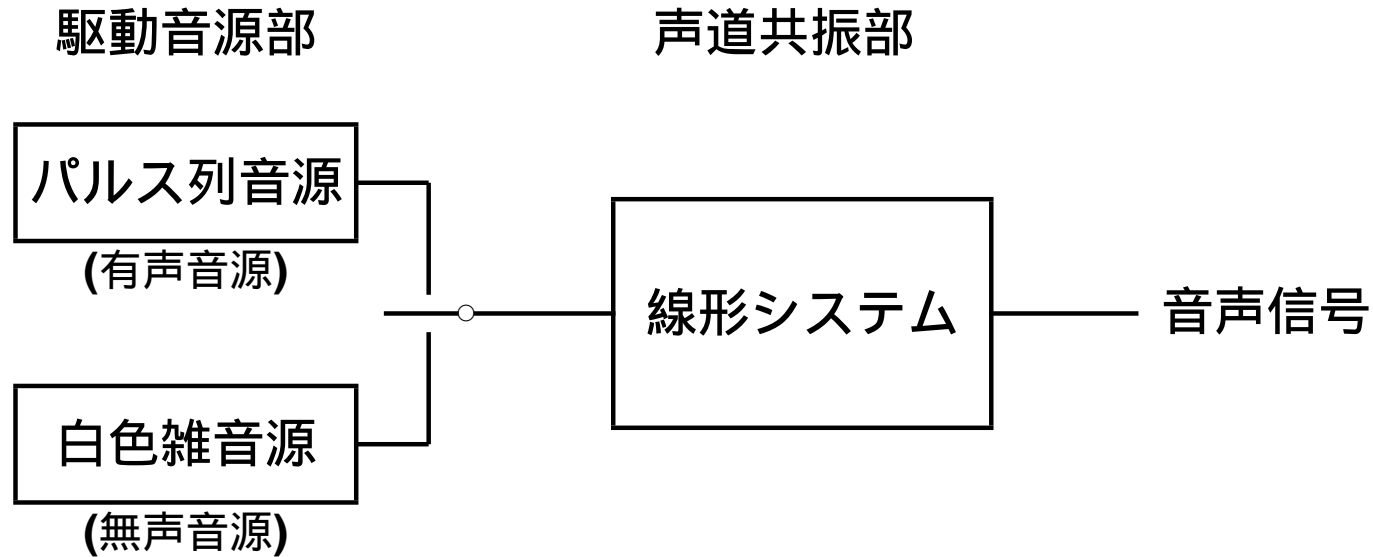
- 全極型フィルタの安定性を保証する音声パラメータ  $\{k_i\}$ .
- 格子型フィルタ(分析/合成)を発案.
- PARCOR 分析アルゴリズム (Levinson-Durbin アルゴリズム再発見)

## ■ LSP (Line Spectrum Pair - 線スペクトル対) 法 [板倉 1979]

- 周波数領域のパラメータ  $\{\omega_i\}$ . PARCOR の 60% に情報圧縮.
- LSP 合成フィルタを発案.
- CSM 理論: 直交多項式による統一理論、アルゴリズム、音声合成法



# 音声生成の線形モデル (再掲)



## ■ 有声音:

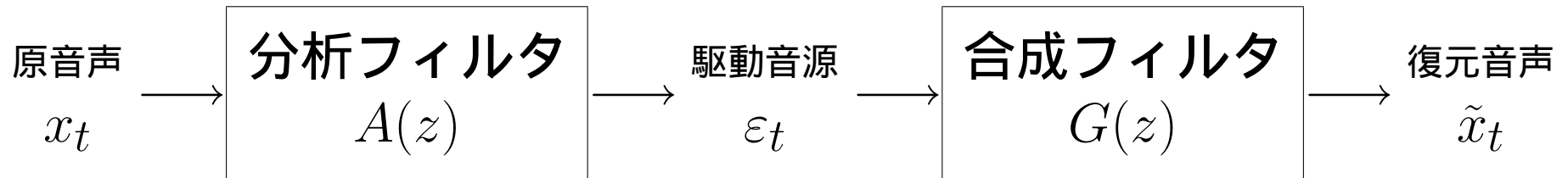
- 母音 [ a, i, u, e, o, (æ, ɐ, ɑ, ɒ, ʌ, ø, ε, ɪ, ʏ, œ, ʊ, ʉ, ɯ, ɔ, ə, ... ) ]
- 有声音 [ g, z, d, b, n, m, ɾ, ŋ, (l, v, ð, ʎ, ʟ, ɹ, ɻ, ɽ, ... ) ]
- 半母音 [ w, j, (ɥ) ]

## ■ 無声音:

- 無声音 [ k, s, t, h, ç, ʧ, p, ç, φ, (ʃ, f, θ, β, ... ) ]



# 音声分析合成モデル



## ■ 分析フィルタ: $A(z)$

- 入力スペクトルに適應する白色化フィルタ。

## ■ 合成フィルタ: $G(z) = \frac{1}{A(z)}$

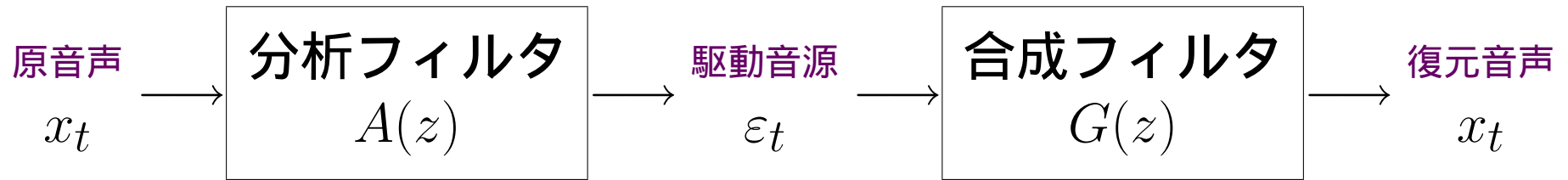
- $A(z)$  の逆フィルタ。音声生成のモデル。
- $A(z)G(z) = 1$  の場合: 音声復元
- 上の関係以外: 音声加工。(いろいろな効果。情報圧縮。)

## ■ 駆動音源信号 $\varepsilon(t)$

- 分析で得られたままの  $\varepsilon_t$  を用いる — 音声の復元
- $\varepsilon_t$  を白色雑音(無声音)/パルス列(有声音)で置き換え — 音声分析合成
- $\varepsilon_t$  を加工 — 音声加工
- $\varepsilon(t)$  を情報圧縮 — 狭帯域伝送



# LPC 音声分析合成モデル



■ 分析フィルタ: 全零型分析フィルタ  $A(z) = \sum_{i=0}^p \alpha_i z^{-i}$

■ インパルス応答:  $\{1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p, 0, 0, \dots, \}$

■ 合成フィルタ: 全極型合成フィルタ  $G(z) = 1/A(z) = \frac{1}{\sum_{i=0}^p \alpha_i z^{-i}}$

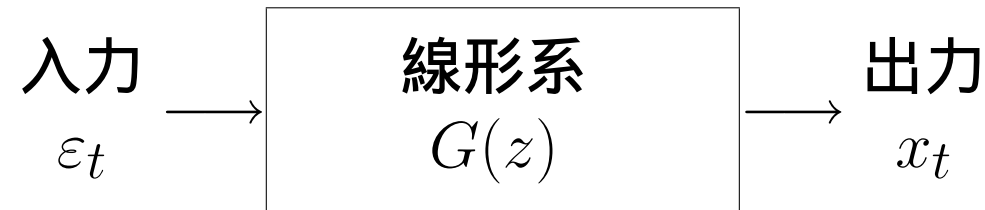
■ 音声生成モデルのフィルタ

■ 駆動音源信号  $\varepsilon(t)$

- 音源  $\varepsilon(t)$  を LPC 分析で得られたまま用いる — 音声の復元
- 音源  $\varepsilon(t)$  を白色雑音(無声音)/パルス列(有声音) — 音声分析合成
- 音源  $\varepsilon(t)$  を複数のパルス列で近似 — マルチパルス符号化
- 音源  $\varepsilon(t)$  の残差波形コードブックを作る — CELP (現代の主流)
- 音源  $\varepsilon(t)$  を他の信号で置き換える — 音声加工 (例1, 例2)



# 全極型合成フィルタ



## ■ 伝達関数: 全極型デジタルフィルタ

$$G(z) = \frac{1}{1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \dots + \alpha_p z^{-p}} = \prod_{i=1}^p \frac{1}{1 - \zeta_i z^{-1}}$$

## ■ 信号領域の表現: ( $x$ : 入力、 $y$ : 出力)

$$\{1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \dots + \alpha_p z^{-p}\} Y(z) = X(z)$$

$$\Rightarrow y_t + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_p y_{t-p} = x_t, \quad t \in \mathcal{Z}$$



# 全極型音声合成フィルタ (Recursive Filter)

## ■ 巡回型デジタルフィルタ

$$y_t = x_t - \alpha_1 y_{t-1} - \alpha_2 y_{t-2} - \dots - \alpha_p y_{t-p}, \quad t \in \mathbb{Z}^{-1}$$

■ 音声合成では: 入力  $x_t$  は、平坦なスペクトルの音源信号。

- ・ 白色雑音
- ・ インパルス列

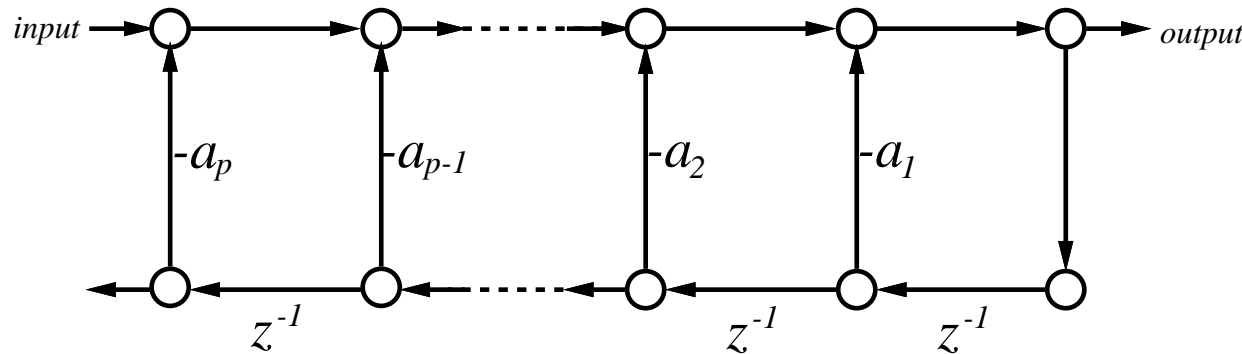


図1. LPC Direct Form Filter

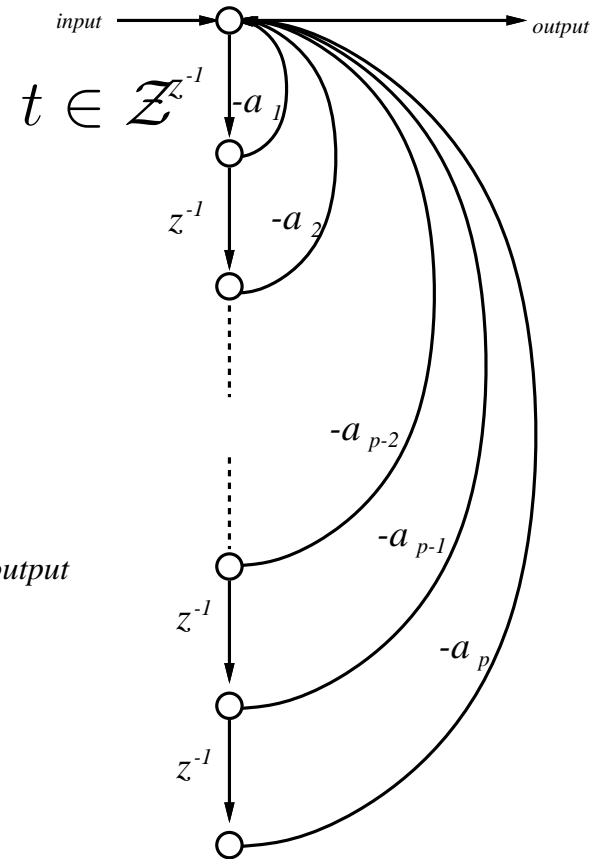


図2. LPC Direct Form Filter



# 線形予測分析 (LPC: Linear Predictive Coding)

- 音声の全極型スペクトル密度モデル化の総称
- 1966年、電電公社電気通信研究所の板倉文忠・齋藤收三  
自己回帰過程 (autoregressive process) — 時系列解析分野

$$y_t + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_p y_{t-p} = \varepsilon_t$$

のモデルパラメータ  $\{a_1, \dots, a_p\}$  の最尤パラメータ推定

$$\max_{\mathbf{a}} \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |V|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \mathbf{y}^T V^{-1} \mathbf{y}\right\}, \quad V \text{ はモデルの自己相関行列}$$

- 1969年、Bishnu Atal が Linear Predictive Coding の定式化
- 伝達関数モデル: 全極型デジタルフィルタ      これを最尤推定する

$$G(z) = \frac{1}{1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \dots + \alpha_p z^{-p}} = \prod_{i=1}^p \frac{1}{1 - \zeta_i z^{-1}}$$







# 板倉 文忠 教授 (名古屋大学 2004 名城大学)

- 1940年生，1963年名古屋大学卒
- 1965年修士了(手書き文字認識，心電図解析)
- 1965 博士課程．5月 宇田川教授(宇田川 教授 電電公社通研)急逝 電電公社通研 音声研究
- 1966 自己回帰(AR)モデルによる確率的音声最適識別理論 (のちLPC)  
全極フィルタによる音声合成復元 (のちの分析合成)
- 1967 音声情報圧縮伝送 (のちの音声符号化)
- 1968 電電公社入社．板倉-斎藤距離尺度 (音声認識尺度の先駆け)
- 1969 PARCOR 音声分析合成 (同年，ベル研から LPC)
- 1973-75 (ベル研にて) 音声認識立ち上げ，板倉尺度，音声パラメータの感度解析，最適符号化，線スペクトル表現
- 1979 線スペクトル対 (LSP)
- 1980 線スペクトル対 (LSP) 音声合成 LSI 完成
- 1981 名古屋大学 (多数の成果) 2004 定年退職に伴い名城大学へ
- 主な受賞:

IEEE Signal Processing Society Award , IEEE The Morris N.Liebmann Memorial Award , IEEE ASSP Senior Award , IEEE Fellow , 電子通信学会業績賞 × 2 , 電子情報通信学会 論文賞 × 3 , 電子通信学会米沢学術奨励賞 , 日本音響学会佐藤論文賞 × 2 , 科学技術庁長官賞研究功績者表彰 , 発明協会発明賞 , 紫綬褒章



# 自己回帰過程

## ■ 自己回帰過程 (autoregressive process; AR process)

### ■ 1927年、G. U. Yule が提唱 時系列解析の分野

(太陽の黒点数の時系列 (Wolfer's Sunspot Numbers) の解析)

### ■ $\varepsilon_t$ : 平均値 0, 分散 (パワー) $\sigma^2$ の白色過程 (i.e., $\mathcal{E}[\varepsilon_t \varepsilon_{t+\tau}] = 0$ if $\tau \neq 0$ ) として、

$$x_t + \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \cdots + \alpha_p x_{t-p} = \varepsilon_t, \quad t \in \mathcal{Z}$$

### ■ 解釈:

1.  $\varepsilon_t$  を入力、 $x_t$  を出力とする全極型デジタルフィルタ。
2. 過去の  $p$  サンプル  $x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots, x_{t-p}$  から現在値を予測する予測器。誤差信号  $\varepsilon_t$

## ■ Cf. 移動平均過程 (moving average process; MA process)

### ■ $\varepsilon_t$ : 平均値 0, パワー $\sigma^2$ の白色過程として、

$$x_t = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \beta_p \varepsilon_{t-p}, \quad t \in \mathcal{Z}$$



# George Udny Yule (1871–1951)



**George Udny Yule** : 自己回帰過程モデルの創始者 (太陽の黒点数の変動に関して)

**Born:** 18 Feb 1871 in Morham (near Haddington), Scotland

**Died:** 26 June 1951 in Cambridge, Cambridgeshire, England



# 自己回帰過程のスペクトル

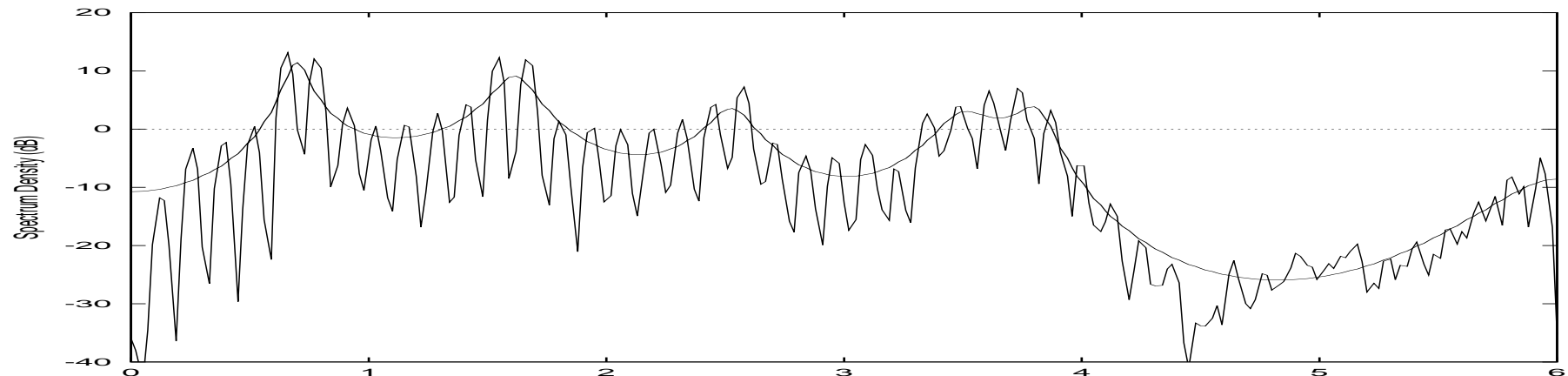
## ■ 自己回帰過程 (autoregressive process)

$$x_t + \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \cdots + \alpha_p x_{t-p} = \varepsilon_t$$

## ■ パワースペクトルは、全極型の有理関数:

$$f(\omega) = \frac{\sigma^2}{2\pi} \cdot |G(e^{j\omega})|^2 = \frac{\sigma^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{|1 + \alpha_1 e^{-j\omega} + \alpha_2 e^{-2j\omega} + \cdots + \alpha_p e^{-pj\omega}|^2}$$

$$= \frac{\sigma^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{A_0 + 2A_1 \cos \omega + \cdots + 2A_p \cos p\omega}, \quad A_k = \sum_{i=k}^p \alpha_{i-k} \alpha_i$$





# 自己回帰係数の推定: Yule-Walker 方程式

- 自己相関関数から自己回帰過程パラメータを推定
- 自己回帰過程 (autoregressive process)

$$x_t + \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \cdots + \alpha_p x_{t-p} = \varepsilon_t$$

の両辺に  $x_{t-\tau}$  を掛けて期待値を取る。  $\varepsilon_t$  は白色過程なので、

$$\underbrace{v_{-\tau} + \alpha_1 v_{1-\tau} + \alpha_2 v_{2-\tau} + \cdots + \alpha_p v_{p-\tau}}_{\text{左辺に } x_{t-\tau} \text{ を掛けて期待値}} = \underbrace{\mathcal{E}[x_{t-\tau} \varepsilon_t]}_{\text{右辺に } x_{t-\tau} \text{ を掛けて期待値}} = \begin{cases} \sigma^2, & \tau = 0 \\ 0, & \tau \neq 0 \end{cases}$$

但し、  $v_{m-n} = v_{n-m} = \mathcal{E}[x_{t-m} x_{t-n}]$  (自己相関関数)、

- 上式において  $\tau = 1, 2, 3, \dots, p$  から次式を得る。(実信号では  $v_{-\tau} = v_{\tau}$ )
- Yule-Walker 方程式** (ガウス最小二乗の観点では「正規方程式」)

$$\begin{pmatrix} v_0 & v_1 & \cdots & v_{p-1} \\ v_1 & v_0 & \cdots & v_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{p-1} & v_{p-2} & \cdots & v_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_p \end{pmatrix}$$

$$\sigma^2 = v_0 + \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_p v_p$$



# 全極型スペクトル最尤推定定式化 (板倉 1966)

- 全極型スペクトル(白色雑音入力 全極型デジタルフィルタ出力)

$$f(\omega) = \frac{\sigma^2}{2\pi} \cdot |G(z)| = \frac{\sigma^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{|1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \dots + \alpha_p z^{-p}|^2}$$

の信号源からサンプル値系列  $\mathbf{x} = \{x_0, \dots, x_{N-1}\}$  が得られる確率 (ガウス過程を仮定) の対数の近似式は、( $I_N(\omega)$  は periodogram)

$$\log p(\mathbf{x} | \sigma^2, \alpha_1, \dots, \alpha_p) = -\frac{N}{2} \left[ 2 \log 2\pi + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \log f(\omega) + \frac{I_N(\omega)}{f(\omega)} \right\} d\omega \right]$$

- 対数尤度  $L(\sigma^2, \alpha_1, \dots, \alpha_p | \mathbf{x}) = \log p(\mathbf{x} | \sigma^2, \alpha_1, \dots, \alpha_p)$  の最大化は

$$J(\sigma^2, \alpha_1, \dots, \alpha_p | \mathbf{x}) = \int_{-\pi}^{\pi} |z^p + \alpha_1 z^{p-1} + \alpha_2 z^{p-2} + \dots + \alpha_p|^2 I_N(\omega) d\omega, \quad z = e^{j\omega}$$

の最大化。微分して  $\mathbf{0}$  と置く 正規方程式



# 線形予測定式化 (Atal 1969)

## ■ 線形予測式

$$\hat{x}_t = -\alpha_1 x_{t-1} - \alpha_2 x_{t-2} - \cdots - \alpha_p x_{t-p} = -\sum_{i=1}^p \alpha_i x_{t-i}$$

## ■ 予測誤差 $\varepsilon_t = x_t - \hat{x}_t$ の、区間内 ( $t = 0, \dots, N - 1$ ) の二乗値の総和

$$E = \sum_{t=0}^{N-p-1} (x_t - \hat{x}_t)^2 = \sum_{t=0}^{N-p-1} \left( \sum_{i=0}^p \alpha_i x_{t-i} \right)^2 \quad (\text{但し、} \alpha_0 \equiv 1)$$

を最小にするように  $\{\alpha_i\}$  を決める。  $E$  を  $\alpha_j$  ( $j = 1, \dots, p$ ) で偏微分し

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha_j} = 2 \sum_{t=0}^{N-p-1} \sum_{i=0}^p \alpha_i x_{t-i} x_{t-j} = 2 \sum_{i=0}^p \alpha_i \sum_{t=0}^{N-p-1} x_{t-i} x_{t-j} = 2 \sum_{i=0}^p \alpha_i c_{ij}$$

これを0とおくと、  $c_{ij} \rightarrow v_{|i-j|}$  として

## ■ Yule-Walker 方程式 (正規方程式)

$$\begin{pmatrix} v_0 & v_1 & \cdots & v_{p-1} \\ v_1 & v_0 & \cdots & v_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{p-1} & v_{p-2} & \cdots & v_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_p \end{pmatrix}$$

残差分散 (残差エネルギー):  $\sigma^2 = \sum_{i=0}^p \alpha_i v_i$



# LPCの解釈 — さまざまな定式化

## ■ 最小二乗推定 [Gauss]

ガウスの最小二乗推定を、 $N$  サンプルのうち長さ  $p+1$  の部分に回帰式が合うように適用 共分散型の正規方程式

## ■ AR 過程の不偏推定 (Yule-Walker 推定) [Yule1927]

時刻に関する因果律(「結果は原因より先に起こらない」と、 $e_t$  が異なる時刻  $t$  について互いに独立 正規方程式

## ■ Toeplitz 形式の最小化 [Grenander&Szegő1958]

Toeplitz 形式:  $T_f[\mathbf{a}] = \int_{-\pi}^{\pi} |1 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_p z^p|^2 f(\omega) d\omega = \sigma^2$ ,  $z = e^{j\omega}$  の最小化 正規方程式

## ■ AR 過程の最尤推定 [板倉 1966]

AR 正規過程の係数を最尤推定する問題として漸近定式化 正規方程式

## ■ 線形予測符号化 [Atal1969]

過去の値を用いて信号  $y_t$  を線形予測。予測誤差信号  $\varepsilon_t$  の二乗平均値最小化 正規方程式

## ■ 声道の音響管モデル [Itakura1969, Atal1970, Wakita1972]

## ■ 最適逆フィルタ [Markel1972]

信号  $y_t$  と有限長の線形フィルタ  $\{1, a_1, a_2, \dots, a_p\}$  の畳み込みの出力パワーを最小にする係数を決定する 正規方程式

## ■ スペクトルマッチング [Makhoul1972] (Itakura1966, Whittle1952)

## ■ 相関マッチング [Makhoul1972]

モデルの相関関数と観測値の相関関数を  $\tau = 0, 1, 2, \dots, p$  について等置 正規方程式

## ■ Hilbert 空間上の直交関数 [Narasimha1974]

## ■ 音声スペクトルを重み関数とする直交多項式系 [... 嵯峨山&板倉 1979]





# 線形予測分析 (LPC) の手順

音声波形  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_{N+1}\}$

**高域強調**

$$Y_t \leftarrow Y_t - aY_{t-1}, \quad l = 1, \dots, N$$

**データ窓を掛ける**

$$Y_t \leftarrow Y_t - w_t Y_t, \quad l = 1, \dots, N$$

**標本自己相関関数計算  $\{v_l\}$**

$$v_l = \frac{1}{N} \sum_{t=l}^{N-l} Y_t Y_{t-l}, \quad v_{-l} = v_l, \quad l = 0, 1, \dots, p$$

**ラグ窓掛け**

$$v_l \leftarrow u_l v_l, \quad l = 1, \dots, p$$

**正規方程式 (Yule-Walker 方程式) 求解  $\{a_i\}$**

$$\begin{pmatrix} v_0 & v_1 & \cdots & v_{p-1} \\ v_1 & v_0 & \cdots & v_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{p-1} & v_{p-2} & \cdots & v_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_p \end{pmatrix}$$

LPC 係数  $\{a_1, a_2, \dots, a_p\}$

高域強調フィルタ  $1 - az^{-1}$  を掛ける。

例:  $a = 0.96875$

データ窓の例: **Hamming 窓**、**Hanning 窓**、**Kaiser 窓**、**etc.**

(**Hamming 窓**:  $w_t = 0.54 - 0.46 \cos(2\pi t/N)$ )

ピッチ構造を平滑化するような移動平均窓を周波数領域で畳み込む 自己相関領域の掛け算

例: 二項係数窓 ( $n = 1500$ )

**(Szegő)-Levinson-Durbin-板倉アルゴリズム**

$$u_0 = v_0$$

**for**  $i = 1, 2, \dots, p$ :

$$k_i = \left( \sum_{j=1}^{i-1} a_j^{(i-1)} v_{i-j} + v_i \right) / u_{i-1} \quad \text{(PARCOR 係数)}$$

$$a_i^{(i)} = -k_i$$

**for**  $j = 1, 2, \dots, i - 1$

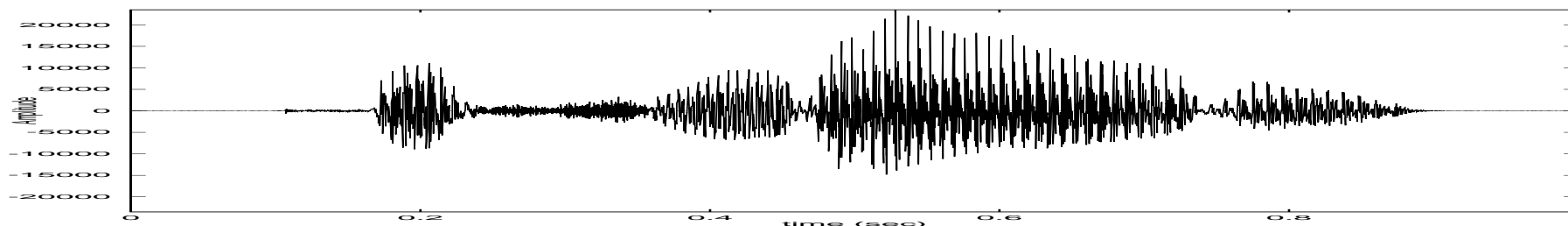
$$a_j^{(i)} = a_j^{(i-1)} - k_i a_{i-j}^{(i-1)}$$

$$u_i = (1 - k_i^2) u_{i-1} \quad \text{(残差パワー)}$$

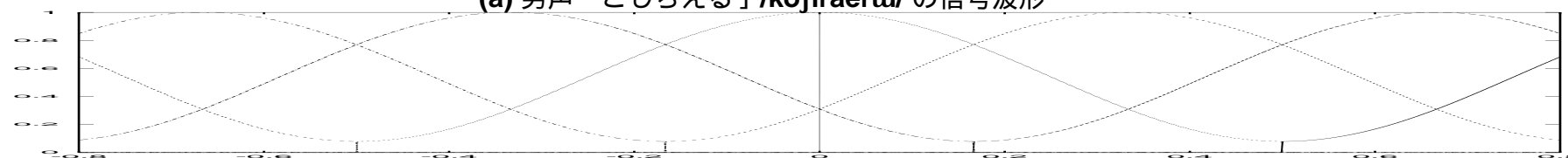


# 音声波形，高域強調，Hamming 窓，分析フレーム (再掲)

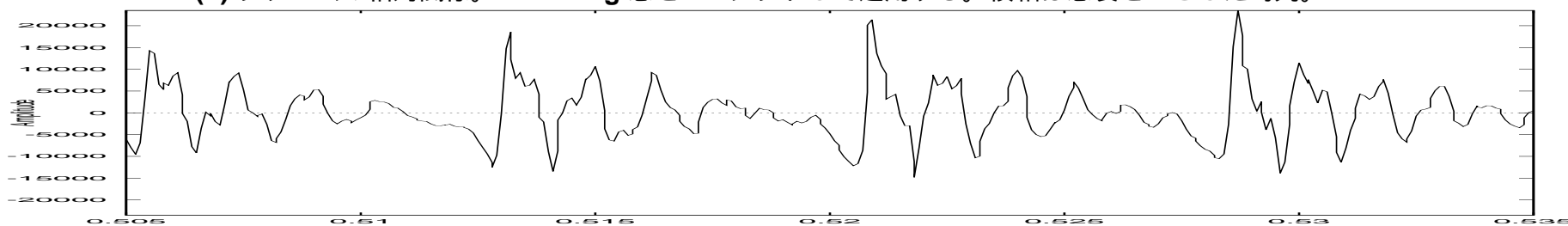
k o sh i r a e r u



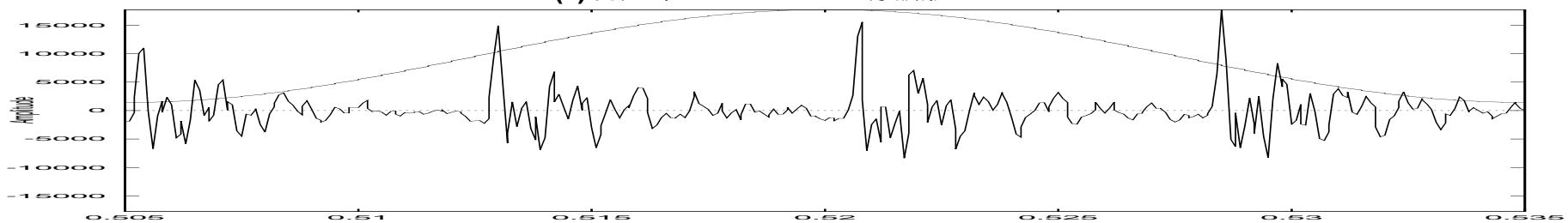
(a) 男声「こしらえる」/koshiraeru/ の信号波形



(b) フレームの相対関係。Hamming 窓を 1/3 シフトして適用する。横軸は窓長を 1 とした時刻。



(c) 男声 第 52 フレーム /a/ 原波形



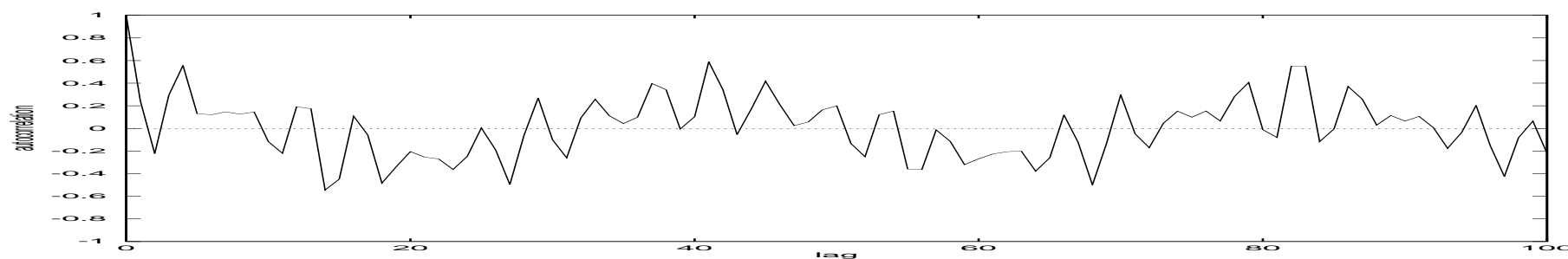
(d) 男声 第 52 フレーム /a/ 高域強調と Hamming 窓



# 音声信号の短時間スペクトルと自己相関関数 (再掲)

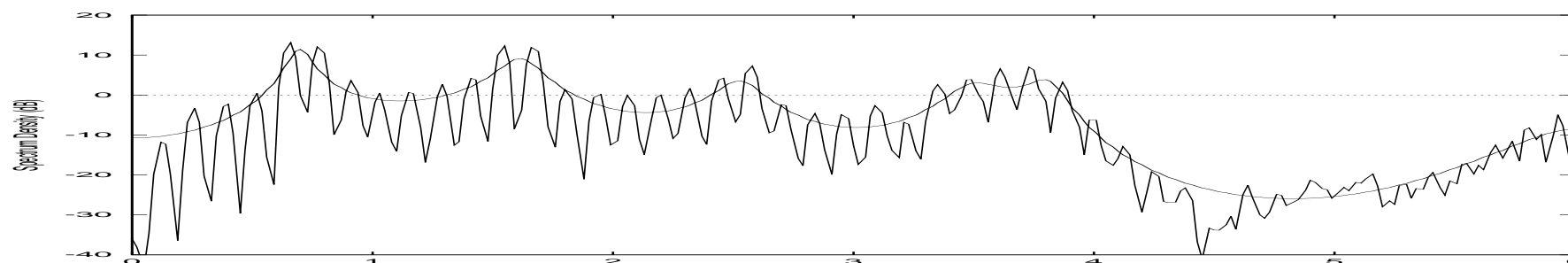
正定値標本自己相関関数 ( $\sum \xi_i \xi_j v_{i-j} > 0$  for any  $\{\xi_i\}$  or 行列  $v = \begin{pmatrix} v_0 & v_1 & \cdots & v_{p-1} \\ v_1 & v_0 & \cdots & v_{p-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{p-1} & v_{p-2} & \cdots & v_0 \end{pmatrix}$  正定値)

$$v_\tau = \frac{1}{N} \sum_{t=\tau}^{N-1} y_t y_{t+\tau}, \quad v_{-\tau} = v_\tau, \quad \tau = 0, 1, 2, 3, \dots$$



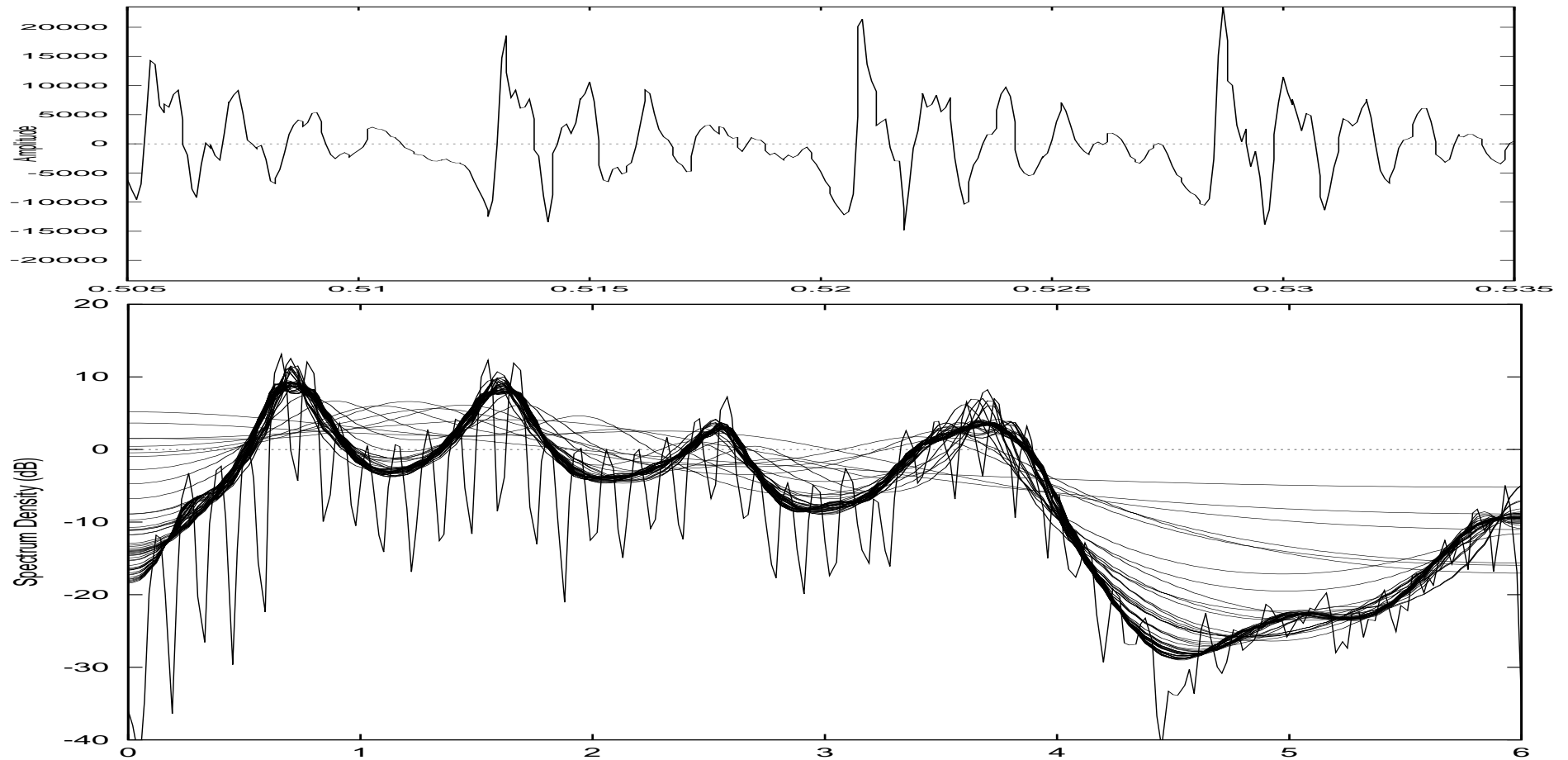
短時間標本スペクトル密度 (periodogram) (正值対称関数  $f(\omega) = f(-\omega) > 0$ )

$$I_N(\omega) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{t=0}^{N-1} y_t e^{-jt\omega} \right|^2 = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-N+1}^{N-1} v_\tau \omega, \quad -\pi < \omega < \pi$$





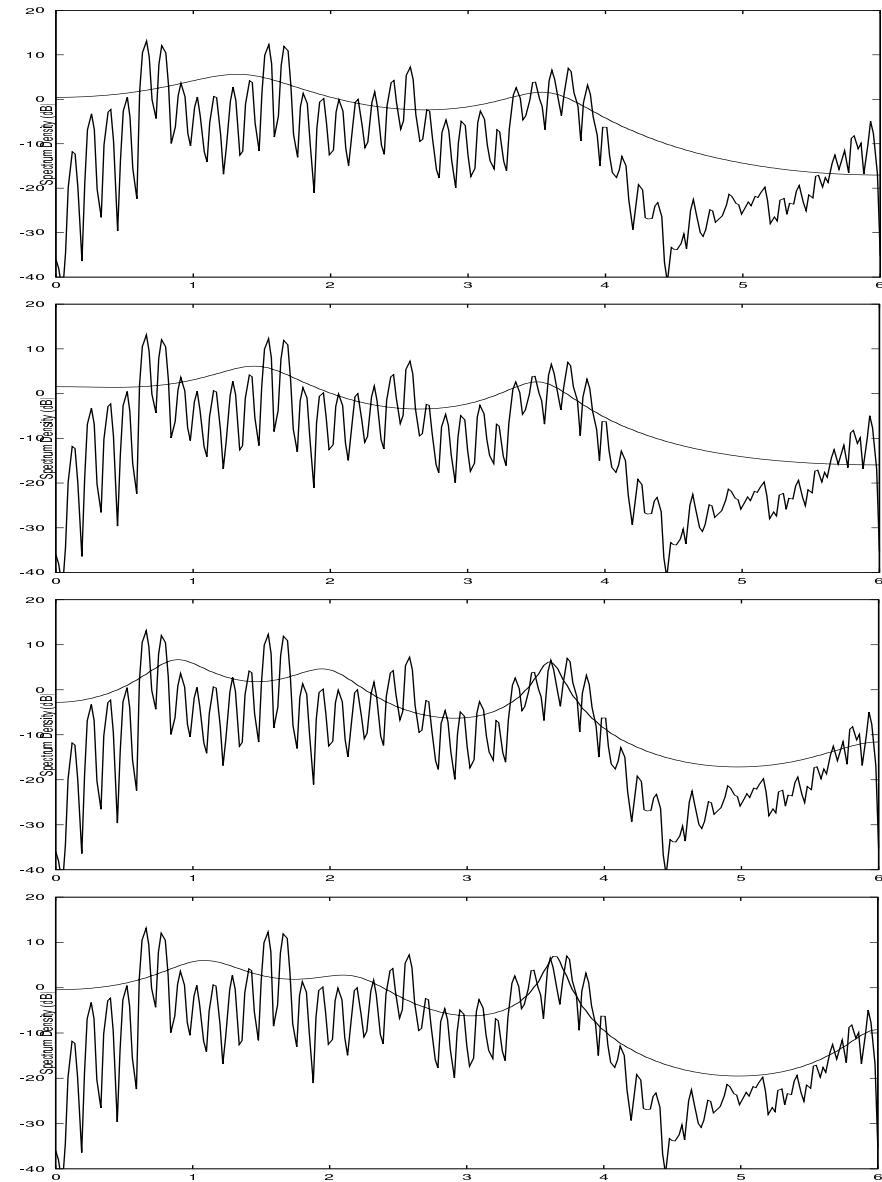
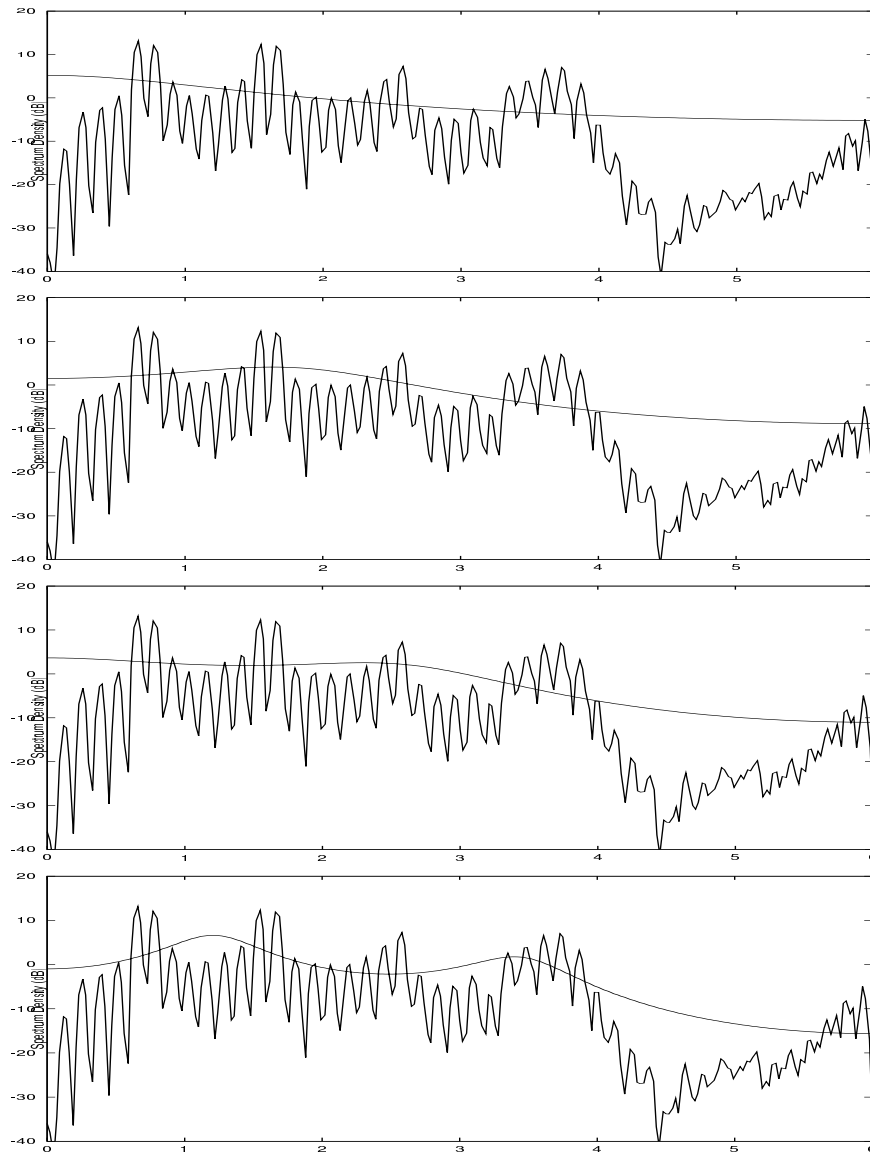
# 音声のスペクトルと次数の異なるLPC推定の例



図：音声のスペクトルと1次～50次LPC推定例 (男声 /a/)

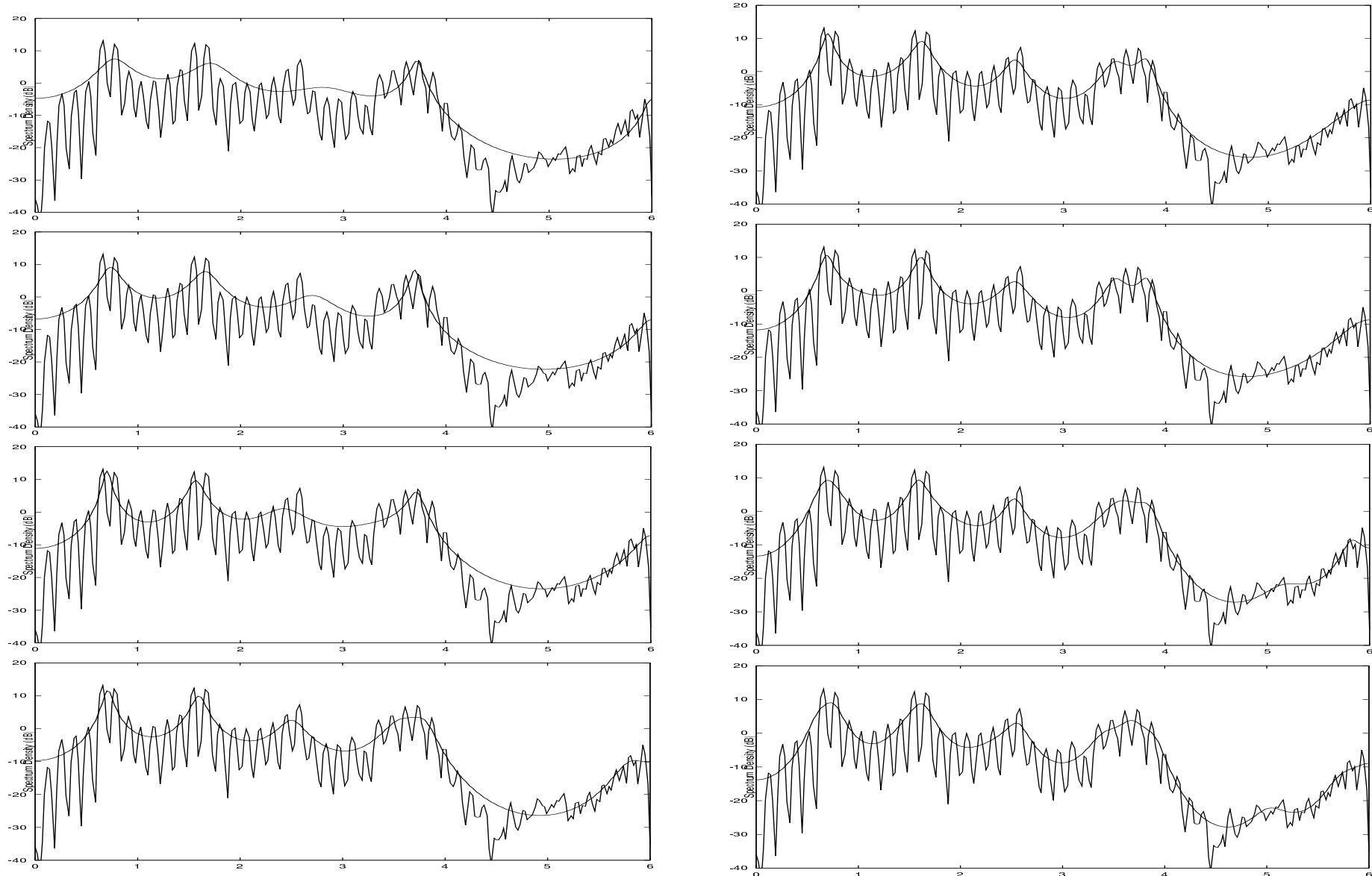


# LPC 音声スペクトル推定の例 (1-8 次)





# LPC 音声スペクトル推定の例 (9,10,12,14,16,18,22,26 次)





# 全極型フィルタの安定性必要十分条件



## ■ 全極型デジタルフィルタ

$$G(z) = \frac{1}{1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \dots + \alpha_p z^{-p}} = \prod_{i=1}^p \frac{1}{1 - \zeta_i z^{-1}}$$

## ■ 安定性:

### ■ 安定性の必要十分条件 (Schur-Cohn の条件):

$p$  個の極  $\{\zeta_i\}$  すべてが単位円内。 (i.e.,  $|\zeta_i| < 1$ )

### ■ 最小位相推移フィルタ



# Issai Schur (1875–1941)

---



**Issai Schur : Berlin 大学数学教授、群論など**

**Born: 10 Jan 1875 in Mogilyov, Mogilyov province, Belarus**

**Died: 10 Jan 1941 in Tel Aviv, Palestine**





# LPC 合成フィルタの安定性の問題

## ■ 全極型フィルタの安定性必要十分条件 (証明略)

- $p$  個すべての極が単位円内:

$$|\zeta_i| < 1, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

- $p$  次自己相関関数が正定値列: (1 ~  $p$  次 **Toeplitz** 小行列式が正)

$$\text{Toeplitz 形式} \quad \sum v_{i-j} \xi_i \xi_j > 0, \quad \forall \xi_i, \xi_j$$

- $p$  次全極型スペクトルが正:

$$f(\omega) > 0$$

- 線形予測係数  $\{\alpha_i\}$  が???? .... (単純でない)

## ■ 線形予測係数の量子化 (情報圧縮) 伝送時の安定性

- 保証が困難。(実験的に)  $\alpha_1$  は少なくとも精度 7 ~ 11bit 必要。

- **PARCOR** 係数、**LSP** 周波数、**CSM** の意義 (次章へ)



# 線形予測極の時間パターン例

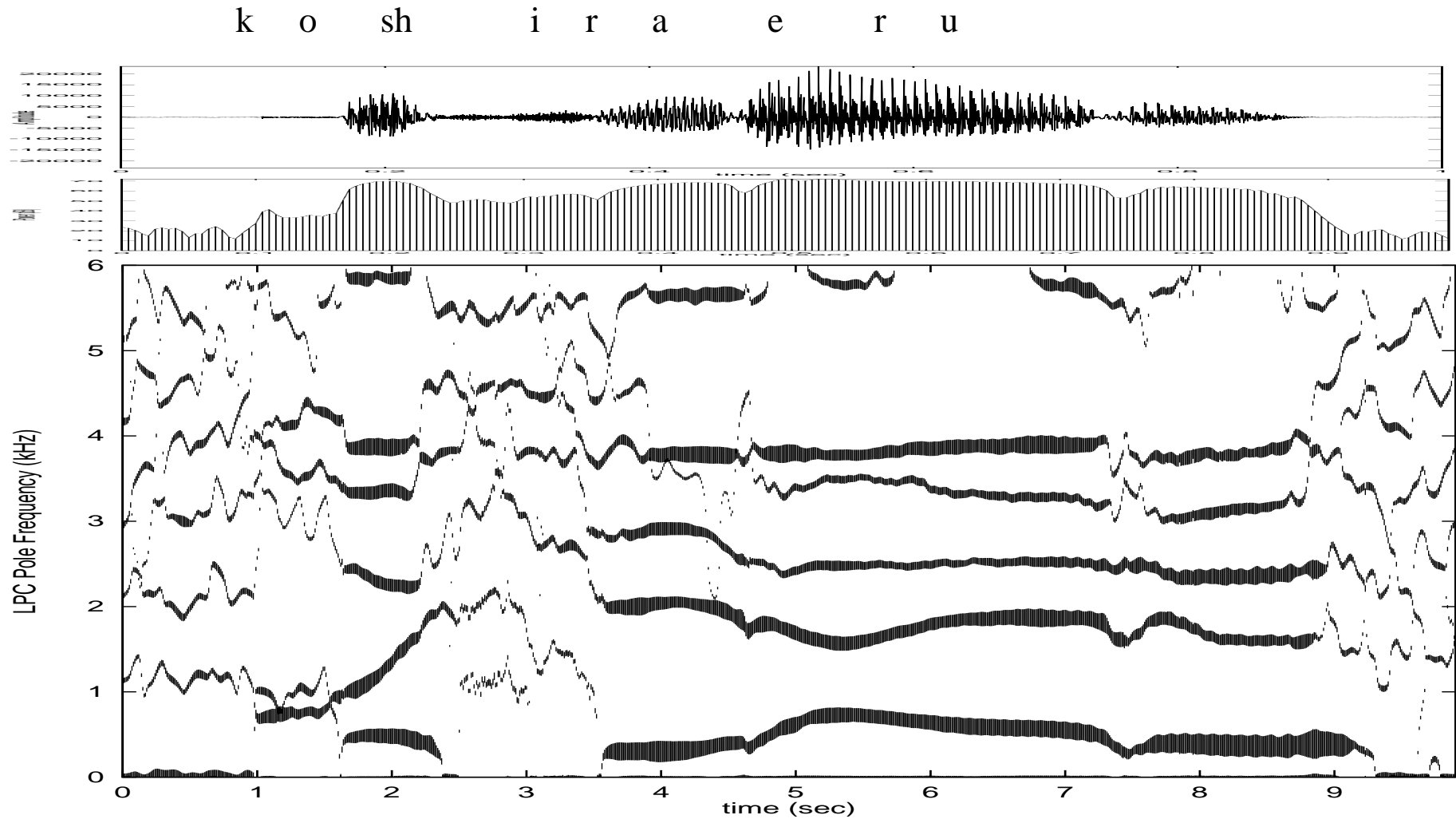


図: 音声の13次線形予測極の時間パターン例 (「こしらえる」)