

クレジット:

UTokyo Online Education 数値解析 2017 松尾宇泰

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



■ 常微分方程式の数値解法

初期値 $y(0)$ が与えられているとして、初期値問題：

$$\frac{d}{dx}y(x) = f(x, y), \quad x > 0$$

を考える。「格子」 $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ 、「近似解」 $y_n \simeq y(x_n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) とおく。以下では簡単のため、「格子幅」 $x_{n+1} - x_n = h$ は一定とする。

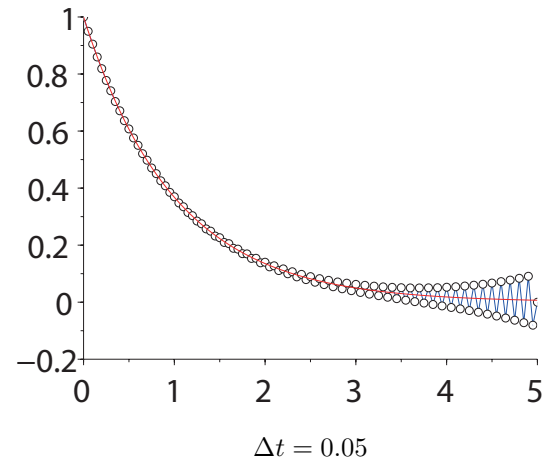
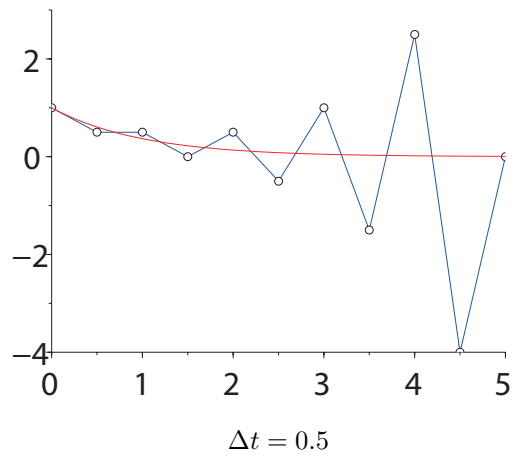
[一段法]

- 陽的 Euler 法（1次）： $\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = f(x_n, y_n)$.
- 陰的 Euler 法（1次）： $\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = f(x_{n+1}, y_{n+1})$.
- 台形則（2次）： $\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = \frac{f(x_{n+1}, y_{n+1}) + f(x_n, y_n)}{2}$.
- （標準的な4次）Runge-Kutta 法： $\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = \frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{3}k_2 + \frac{1}{3}k_3 + \frac{1}{6}k_4$.
ただし、 $k_1 = f(x_n, y_n)$, $k_2 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1)$, $k_3 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2)$, $k_4 = f(x_n + h, y_n + hk_3)$.

[多段法] ここでは $f_n = f(x_n, y_n)$ と略記する。

- 中点則（2次）： $\frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h} = f_n$.
- 陽的 Adams 法：
 - 1次：陽的 Euler 法と一致.
 - 2次： $\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = \frac{3}{2}f_n - \frac{1}{2}f_{n-1}$.
 - 3次： $\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = \frac{23}{12}f_n - \frac{16}{12}f_{n-1} + \frac{5}{12}f_{n-2}$.
- 陰的 Adams 法：
 - 1次：陰的 Euler 法と一致.
 - 2次：台形則と一致.
 - 3次： $\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = \frac{5}{12}f_{n+1} + \frac{8}{12}f_n - \frac{1}{12}f_{n-1}$.

中点則の不安定現象



Runge-Kutta 法の安定領域

