

クレジット:

UTokyo Online Education 数理手法Ⅷ 2019 島田尚

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



数理手法VIII

数理・情報教育研究センター 数学基礎教育部門
工学系研究科システム創成学専攻

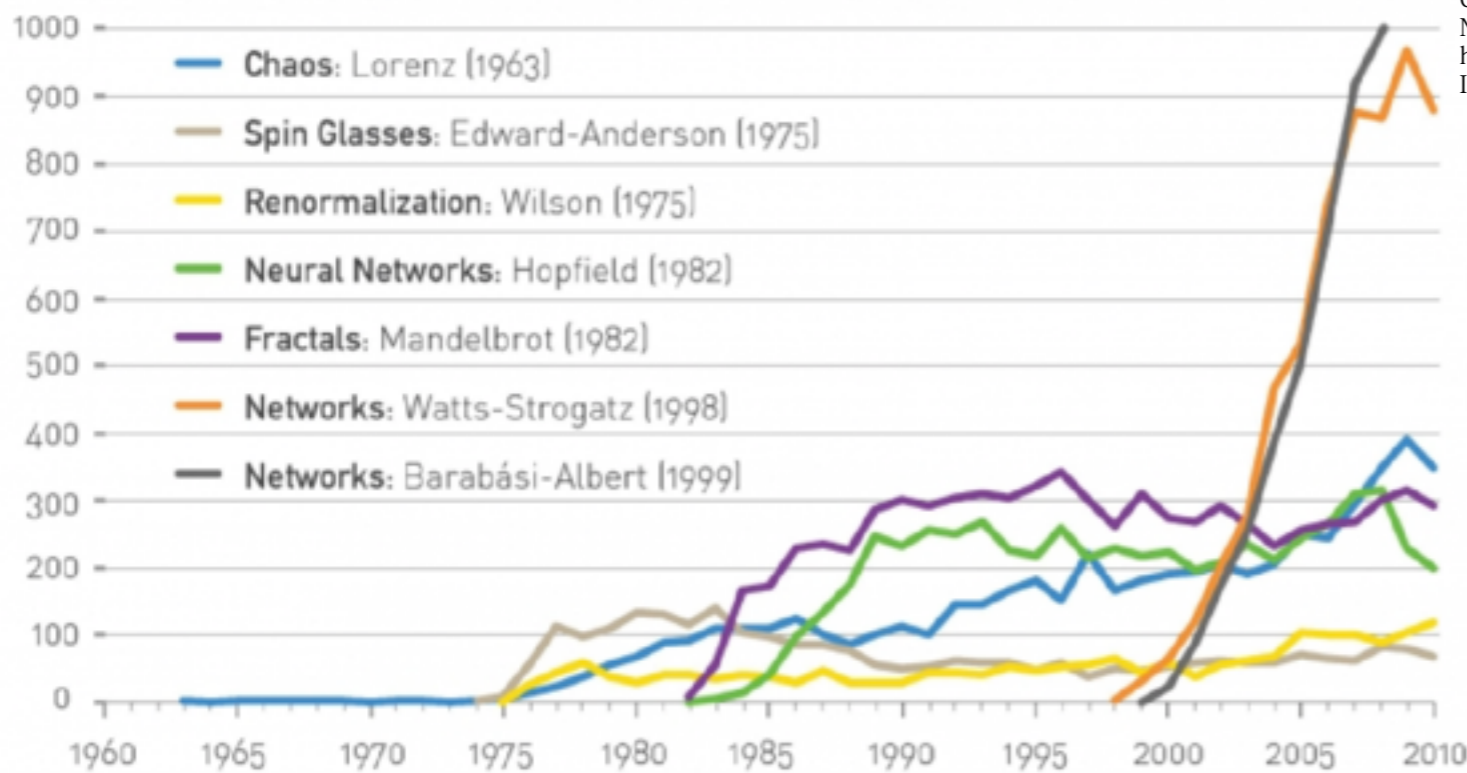
島田 尚

トピックD:

「複雑ネットワーク科学」関連の話題

ネットワーク科学

- 21世紀に入ってから急速に成長している分野
- 数学、データ科学と並んで統計物理学が基盤 → 相転移、パーコレーション、… の応用と新発見
- ネットワークの頑健性/脆弱性、ネットワーク上の伝搬（故障、うわさ、感染症、イノベーション）等



Chapter 1 Section 1.1
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Image 1.9

オンラインで公開されている教科書もあるので興味を持った人はどんどん勉強してください

<http://barabasi.com/networksciencebook/>



特集号やレビューも盛んに出されている



Chapter 1 Section 1.5
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Image 1.5

Chapter 1 Section 1.6
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Image 1.8

Chapter 11 Section x.1
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Online resource x.1

生物・経済・社会などの系の特徴：

UTokyo Online Education
数理手法Ⅷ 2019 島田尚 CC BY-NC-ND

“複雑ネットワーク”

Chapter 4 Section 4.5
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Image 4.11

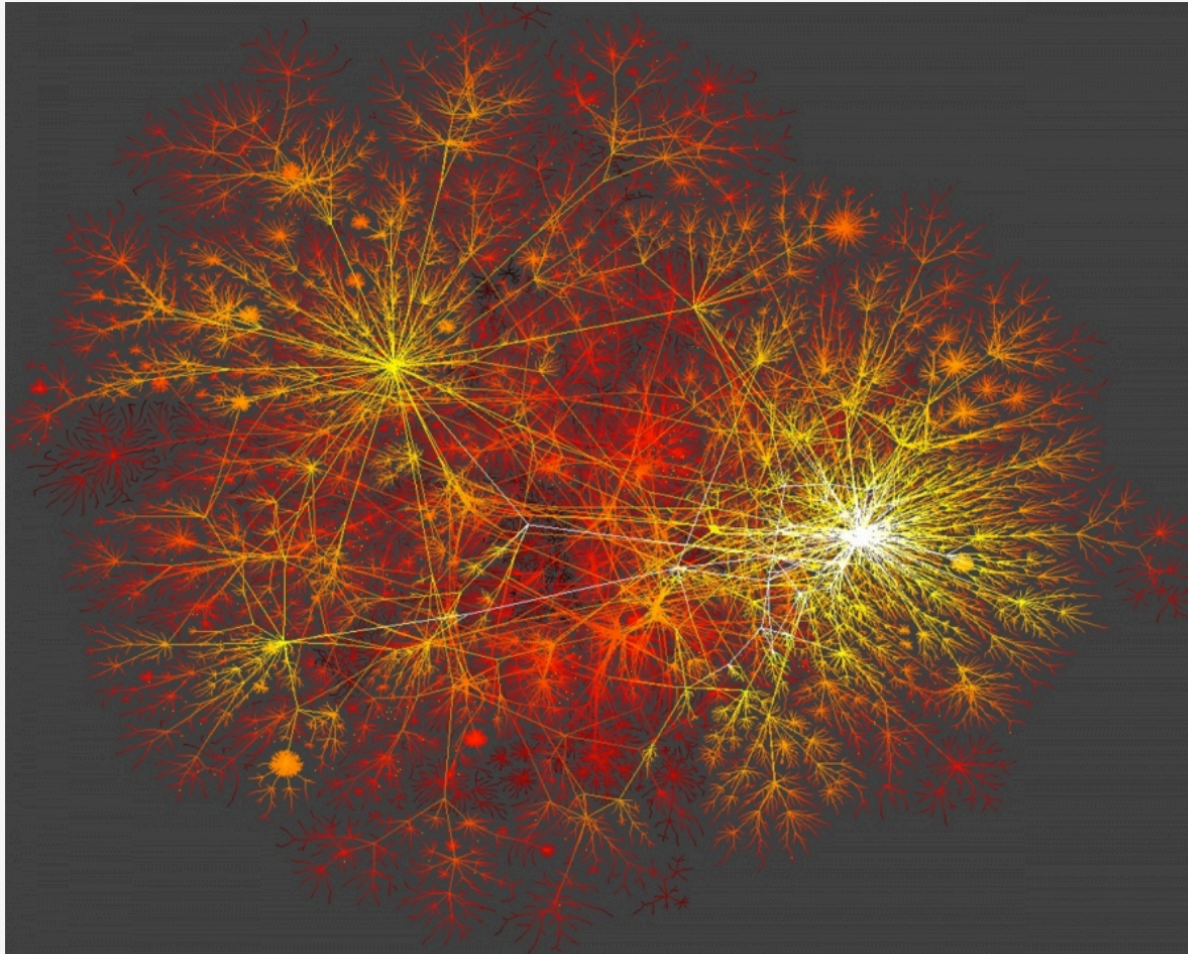
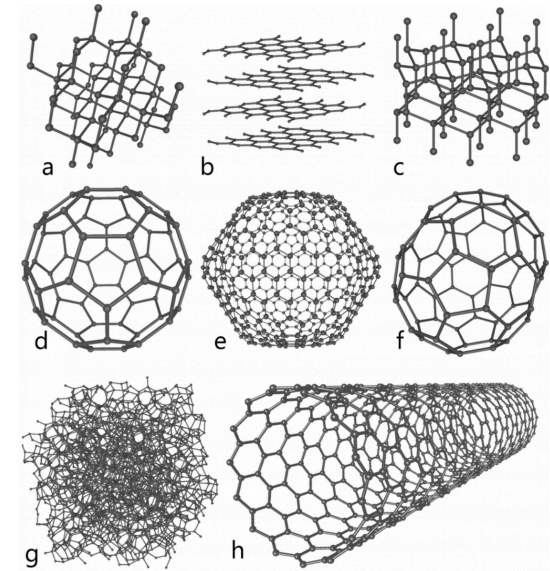


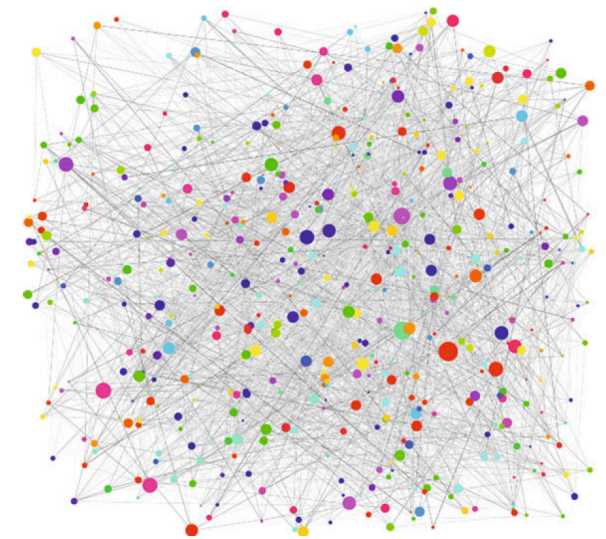
Image 4.9

The topology of the Internet

An iconic representation of the Internet topology at the beginning of the 21st century. The image was produced by CAIDA, an organization based at University of California in San Diego, devoted to collect, analyze, and visualize Internet data. The map illustrates the Internet's scale-free nature: A few highly connected hubs hold together numerous small nodes.



(物質系のネットワーク)



(ランダムネットワーク)

Chapter 4 Section 4.5
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/1#scientific-impact>
Image 4.9

インターネットの構造

Scale-Free 性

(次数分布が冪テールをもつ)

起源のシナリオ：「優先的選択と成長」
「平衡適応度モデル」

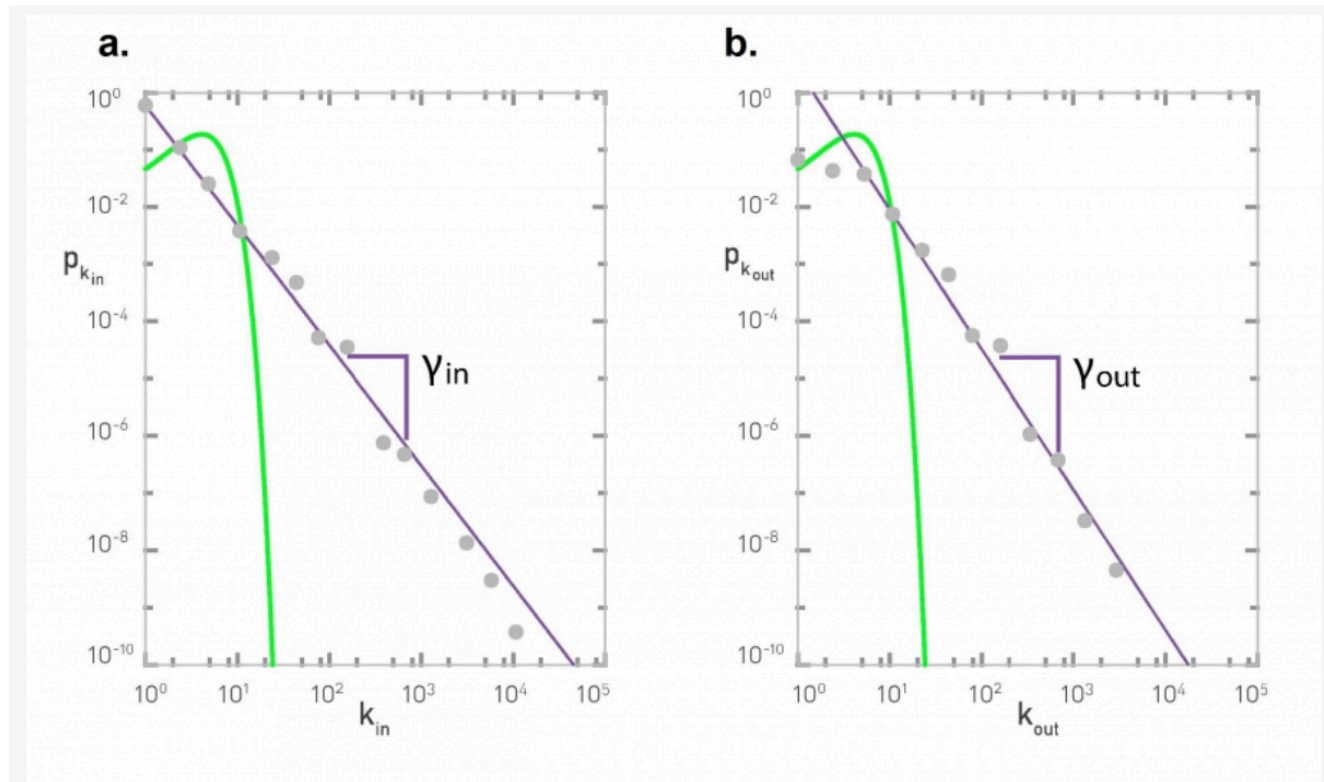


Image 4.2

The Degree Distribution of the WWW

Image4.2
Chapter 4 Section 4.2
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/4#power-laws>

Small-World

(小さな直径 ↓ と大きなクラスタリング ↓)

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

Connectedness and diameter

Easter Paul, "Random-Graph Theory
The Erdos-Renyi model. $G=\{P,E\}$, $P \in \{1,2,\dots,P\}$, $E \subseteq \{1,2,\dots,P\} \times \{1,2,\dots,P\}$
In mathematical terms a network is represented by a graph. A graph is a pair of.", p.10

<https://slideplayer.com/slide/7887276/>

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

クラスタ係数

Easter Paul, "Random-Graph Theory
The Erdos-Renyi model. $G=\{P,E\}$, $P \in \{1,2,\dots,P\}$, $E \subseteq \{1,2,\dots,P\} \times \{1,2,\dots,P\}$
In mathematical terms a network is represented by a graph. A graph is a pair of.", p.11

<https://slideplayer.com/slide/7887276/>

起源のシナリオ：次元性 + rewiring

次数相関 (正負どちらもあり)

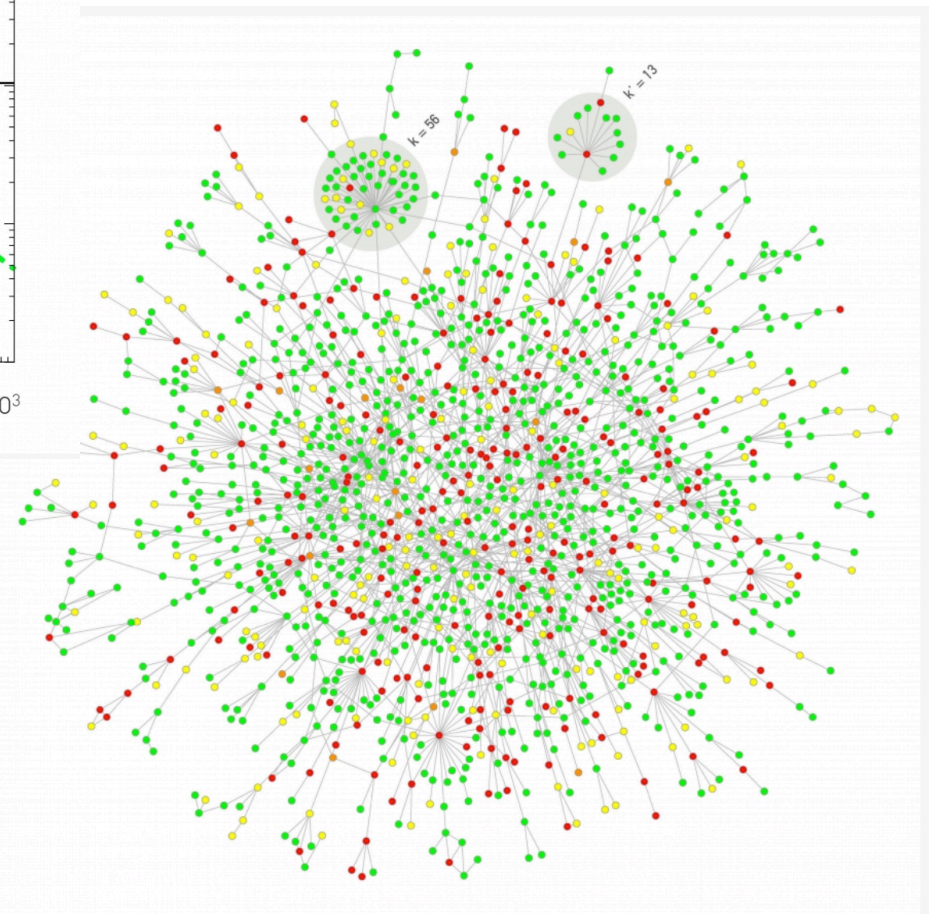
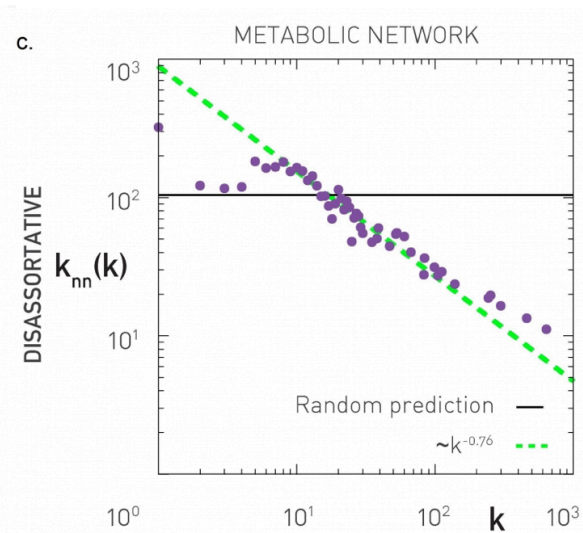
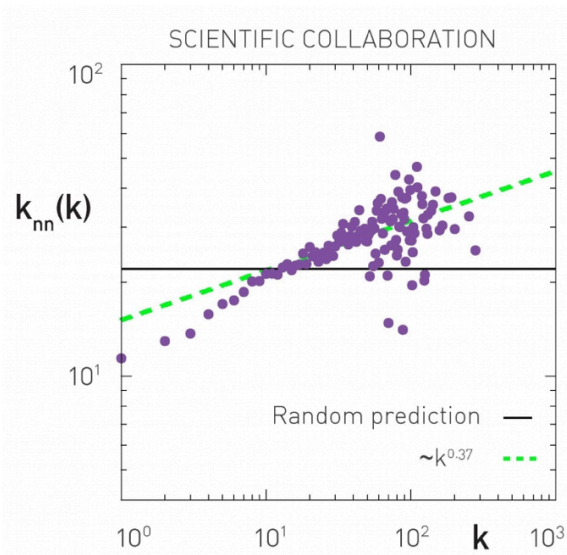


Image 7.6 a, c.
Chapter 7 Section 7.3
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/7#measuring-degree>

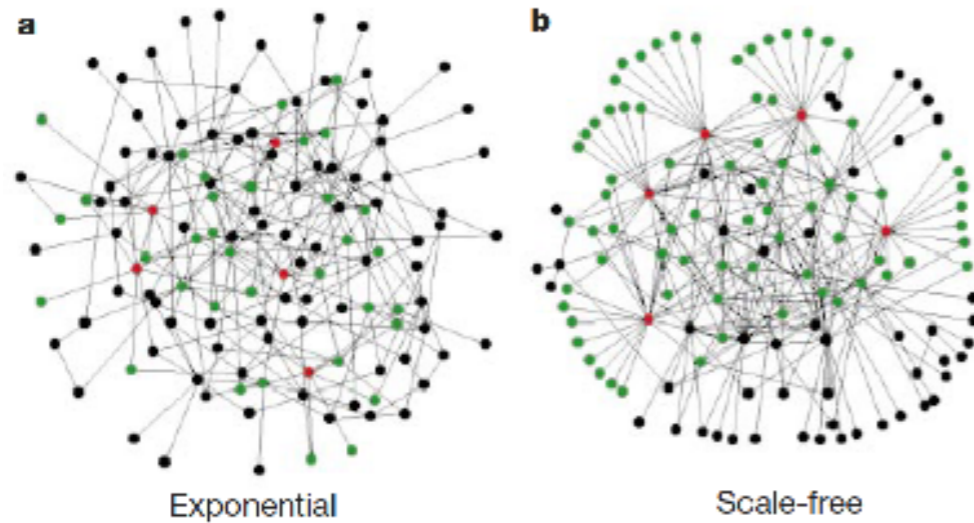
複雑ネットワークの基本的特徴

特徴量	E.R. ランダムネット	d 次元格子	現実のネットワーク
次数分布	ポアソン分布 $e^{-\langle k \rangle} \left(\frac{\langle k \rangle^k}{k!} \right)$	退化分布 $\delta(k - \langle k \rangle)$	冪テールの場合あり (Scale-Free)
次数相関	無し (= 0)	無し (デルタ関数的)	正負どちらもあり (assortative/dis-)
クラスタリング係数	$l_{rand} = p = \frac{\langle k \rangle}{N}$ ($\sim N^{-1}$)	高い ($\sim N^0$)	高い ($\sim N^0$)
ネットワーク直径	$l_{rand} \sim \frac{\ln(N)}{\ln(\langle k \rangle)}$	$l_d \sim N^{\frac{1}{d}}$	l_{rand} 的 (Small-World)

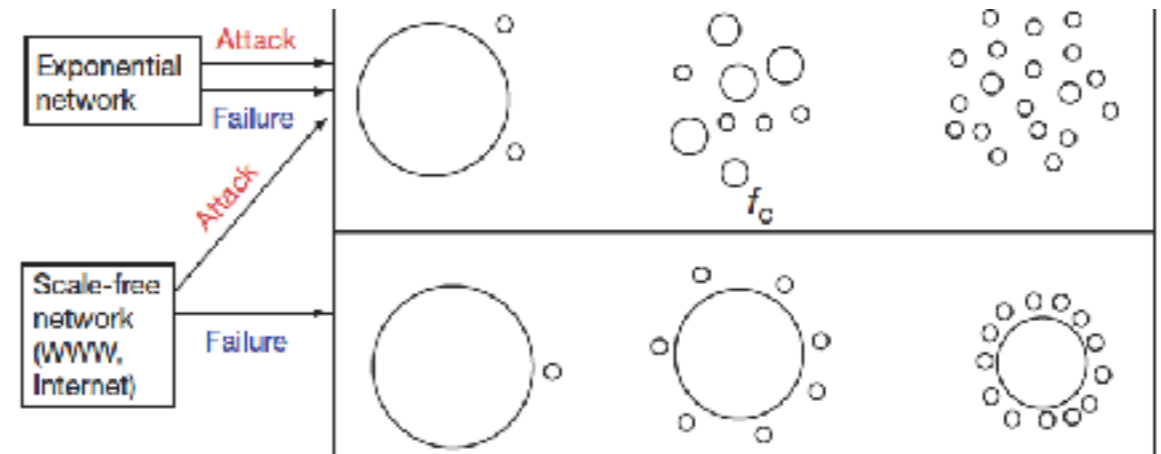
どうつながっているか (ネットワーク構造)

は系の丈夫さを決める基本

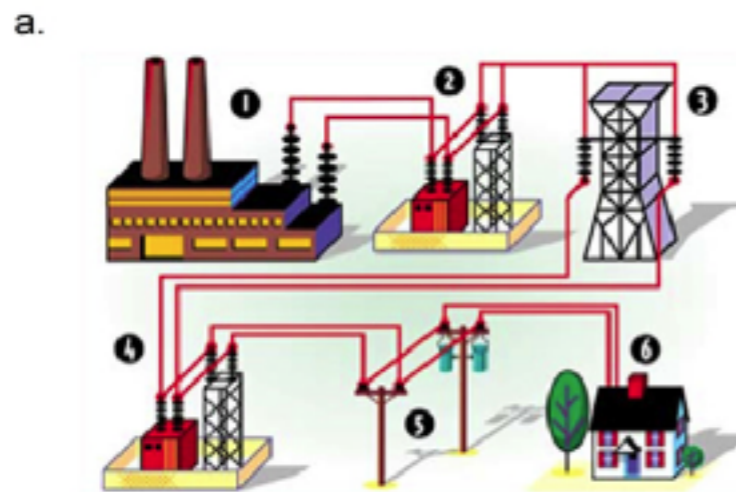
R. Albert, H. Jeong, A.-L. Barabási, "Error and attack tolerance of complex networks",
Nature 406 378-482(2000)
<https://www.nature.com/articles/35019019> Figure 1.



R. Albert, H. Jeong, A.-L. Barabási, "Error and attack tolerance of complex networks",
Nature 406 378-482(2000)
<https://www.nature.com/articles/35019019> Figure 4.



現実の系はスケールフリー性を持つ (他より多くとつながるハブがある)
→ ランダム故障に強いが攻撃に弱い (Nature **406** 378 (2000))



著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

イタリアでの停電モデルの図

Sergey V. Buldyrev, Roni Parshani, Gerald Paul, H. Eugene Stanley & Shlomo Havlin, "Catastrophic cascade of failures in interdependent networks",
Nature 464, 1025(2010)

<https://www.nature.com/articles/nature08932>

Image 8.26
chapter 8 Section 8.7
Network Science by Albert-Laszlo Barabasi
<http://networksciencebook.com/chapter/8#buildin-robustness>

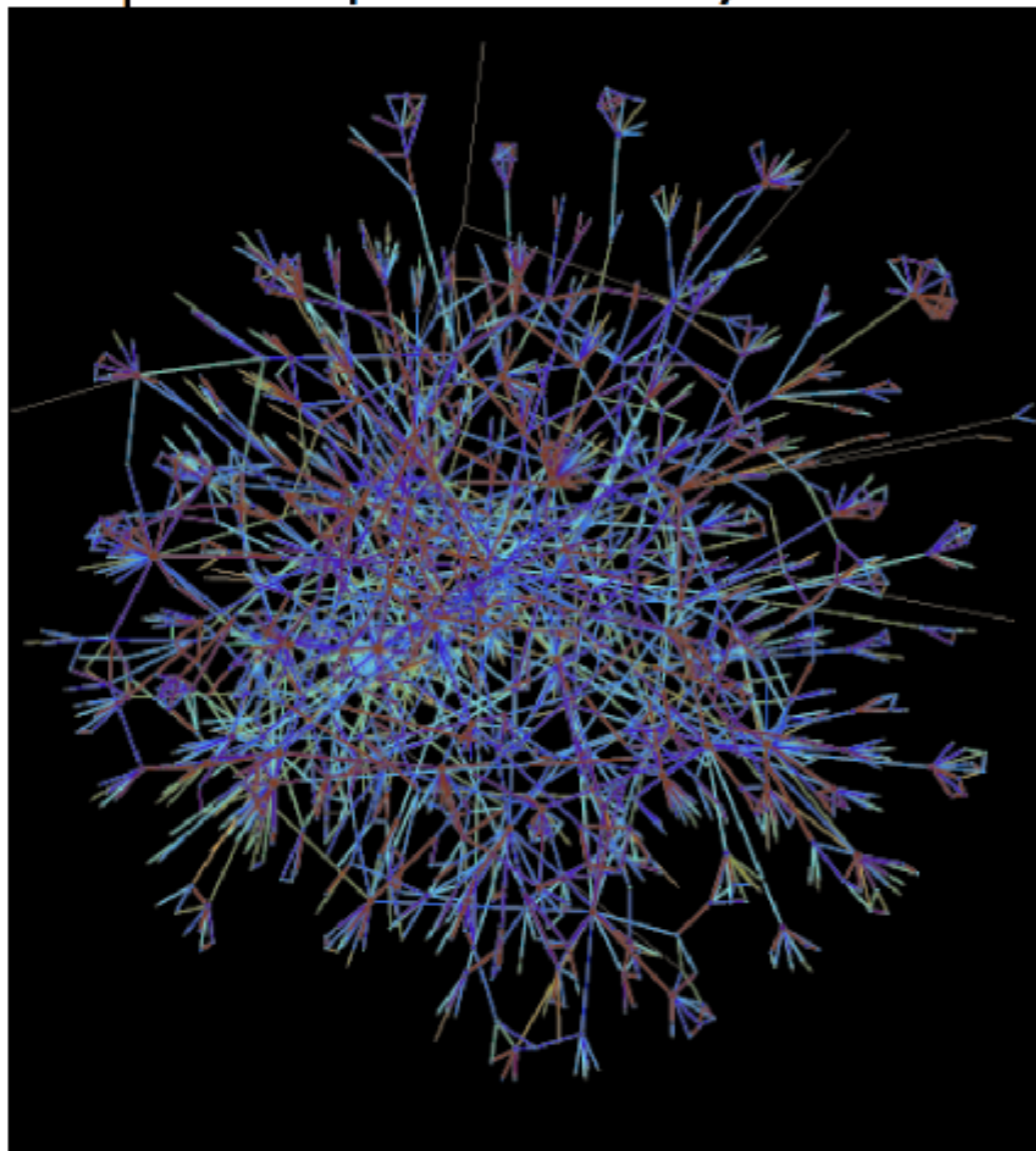
現実の系 (電力網など) は、相互依存したネットワークであることが多い
→ 大規模故障するときの性質がより悪いかも (Nature **464**, 1025 (2010))

どうつながっているかは 「どう伝わるか」も決める

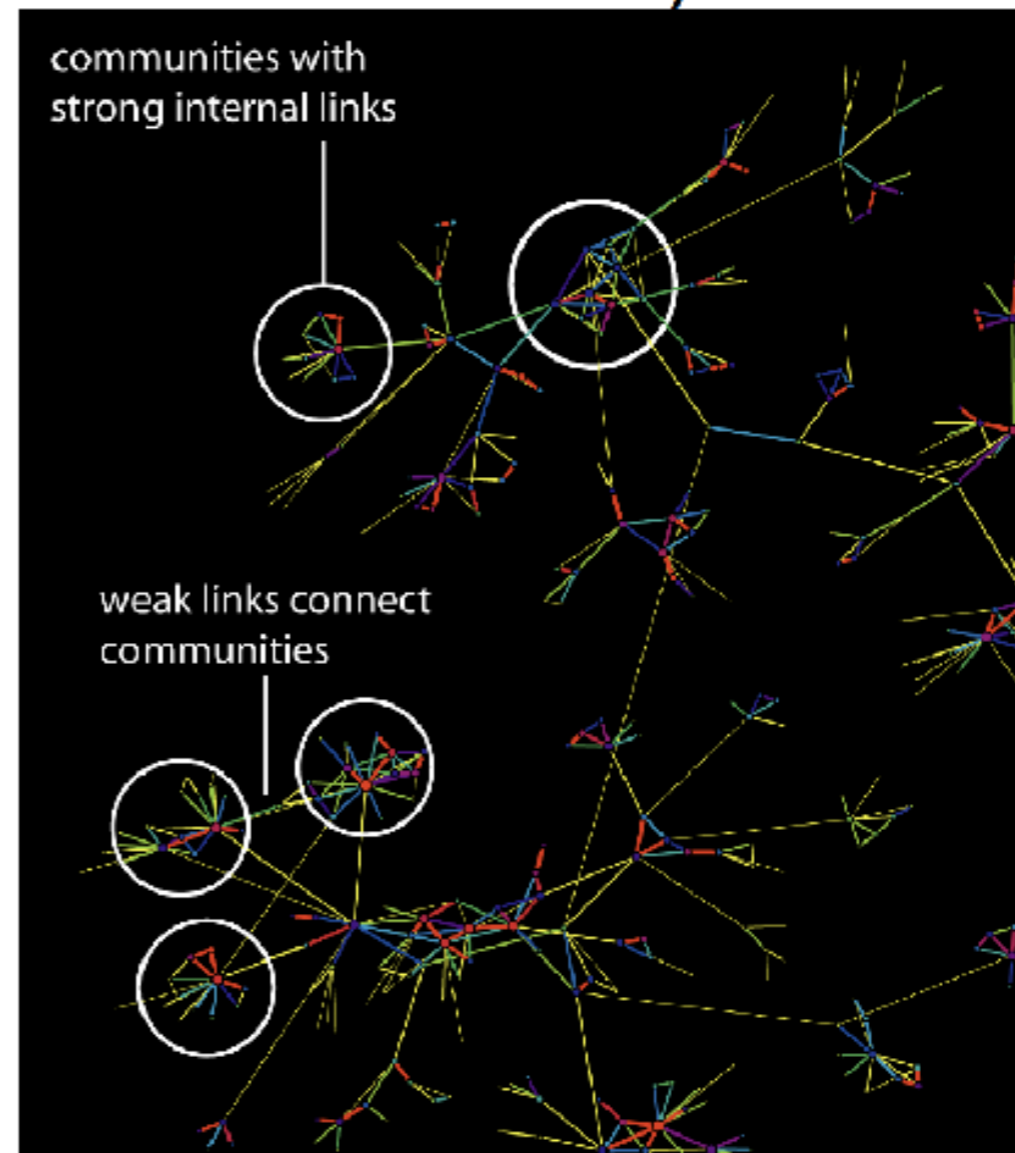
数百万人の携帯電話記録から再構成した知人関係のネットワーク

J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, G. Szabó, D. Lazer, K. Kaski, J. Kertész, and A.-L. Barabási,
"Structure and tie strengths in mobile communication networks", MLG-2008
http://videlectures.net/mlg08_saramaki_sts/ より引用

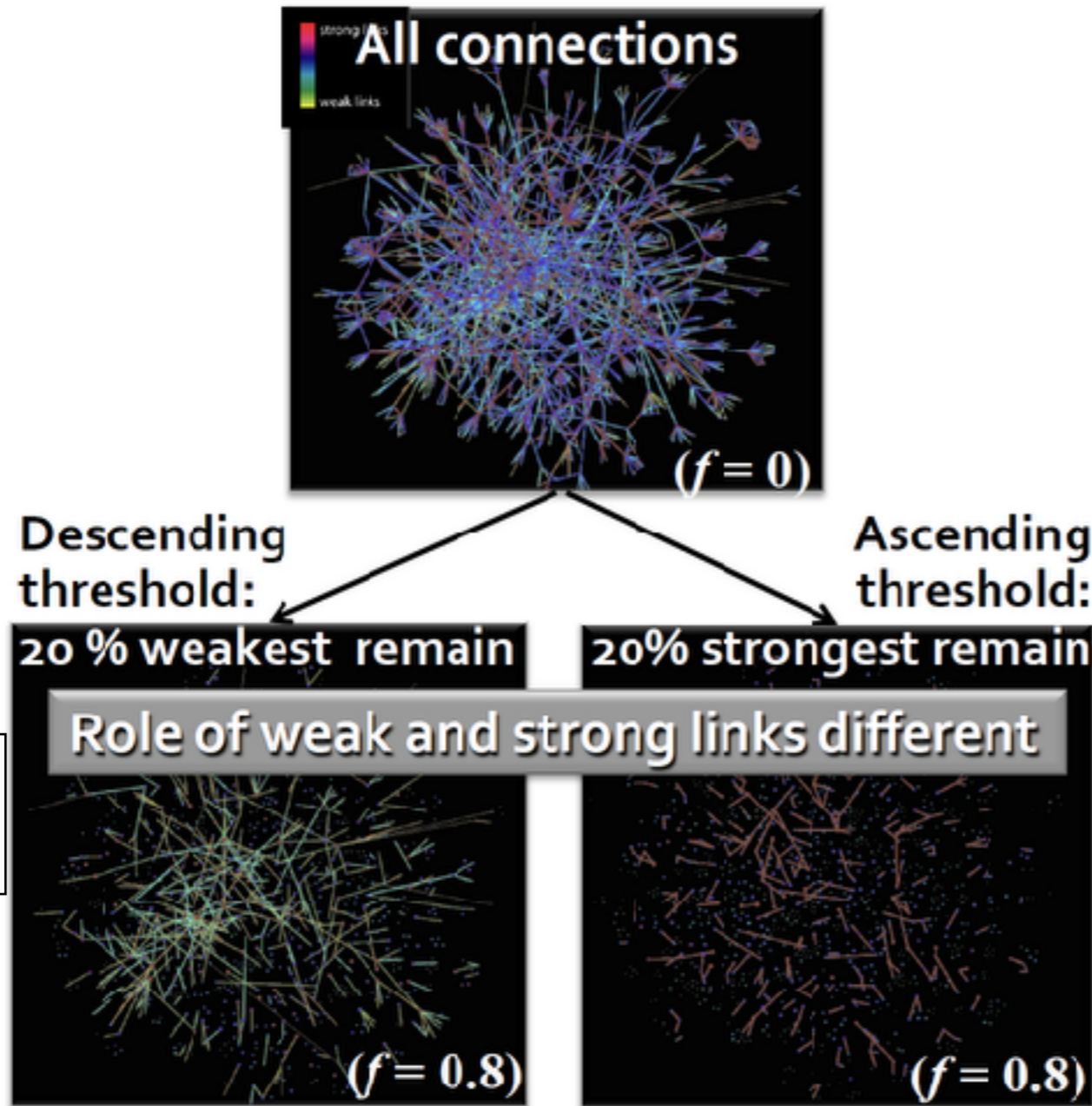
Sample from $4.6 \cdot 10^6$ nodes & $7.0 \cdot 10^6$ links



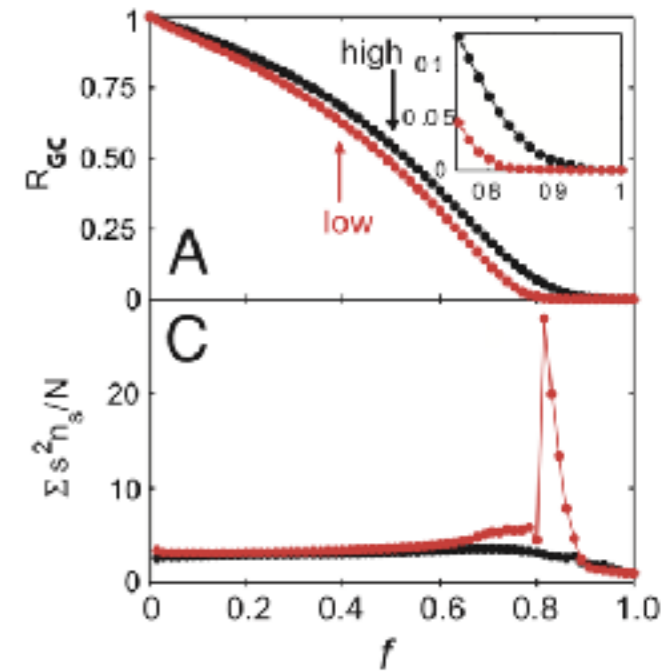
Formation of community structure



社会を繋いでいるのはどんな関係か？



統計物理学の手法で「千切れかた」の特徴が分かる



弱い関係を残した場合

強い関係を残した場合

J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, G. Szabó, D. Lazer, K. Kaski, J. Kertész, and A.-L. Barabási, "Structure and tie strengths in mobile communication networks", MLG-2008 http://videlectures.net/mlg08_saramaki_sts/ より引用

Fig.3. J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, G. Szabó, D. Lazer, K. Kaski, J. Kertész, and A.-L. Barabási, Structure and tie strengths in mobile communication networks, PNAS May 1, 2007 104(18) 7332-7336 <https://doi.org/10.1073/pnas.0610245104>

社会学：“弱い紐帯の強み” (M. Granovetter (1973))