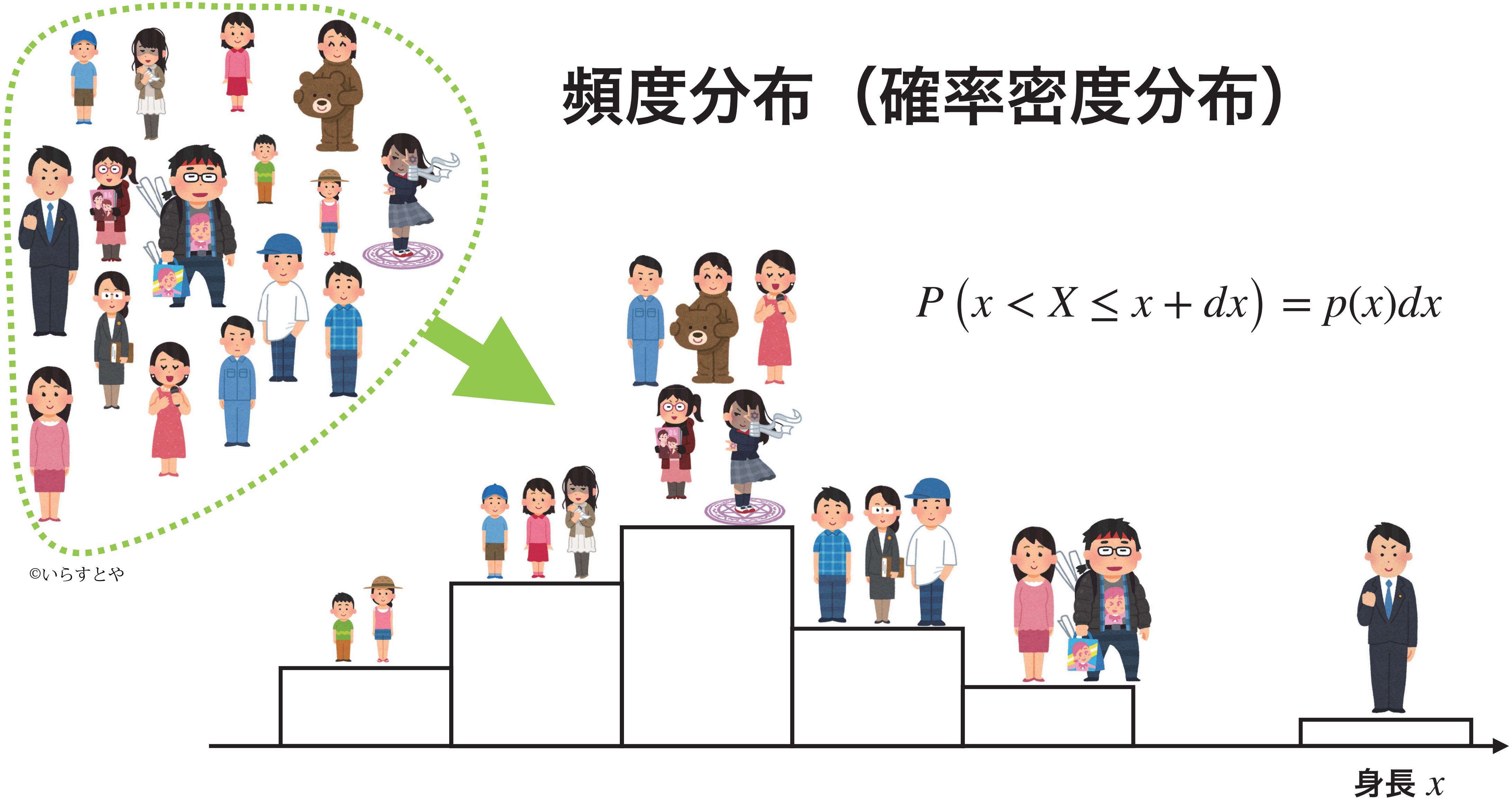
数理手法VIII

数理・情報教育研究センター 数学基礎教育部門
工学系研究科システム創成学専攻

島田 尚

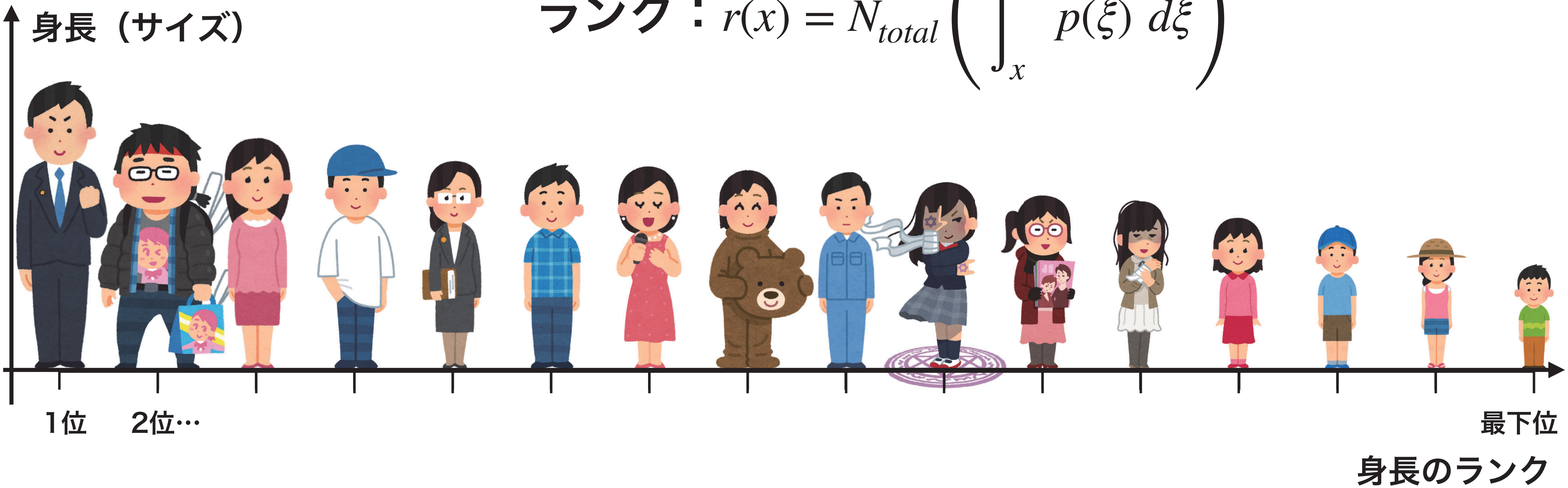
頻度分布（確率密度分布）

$$P\left(x < X \leq x + dx\right) = p(x)dx$$

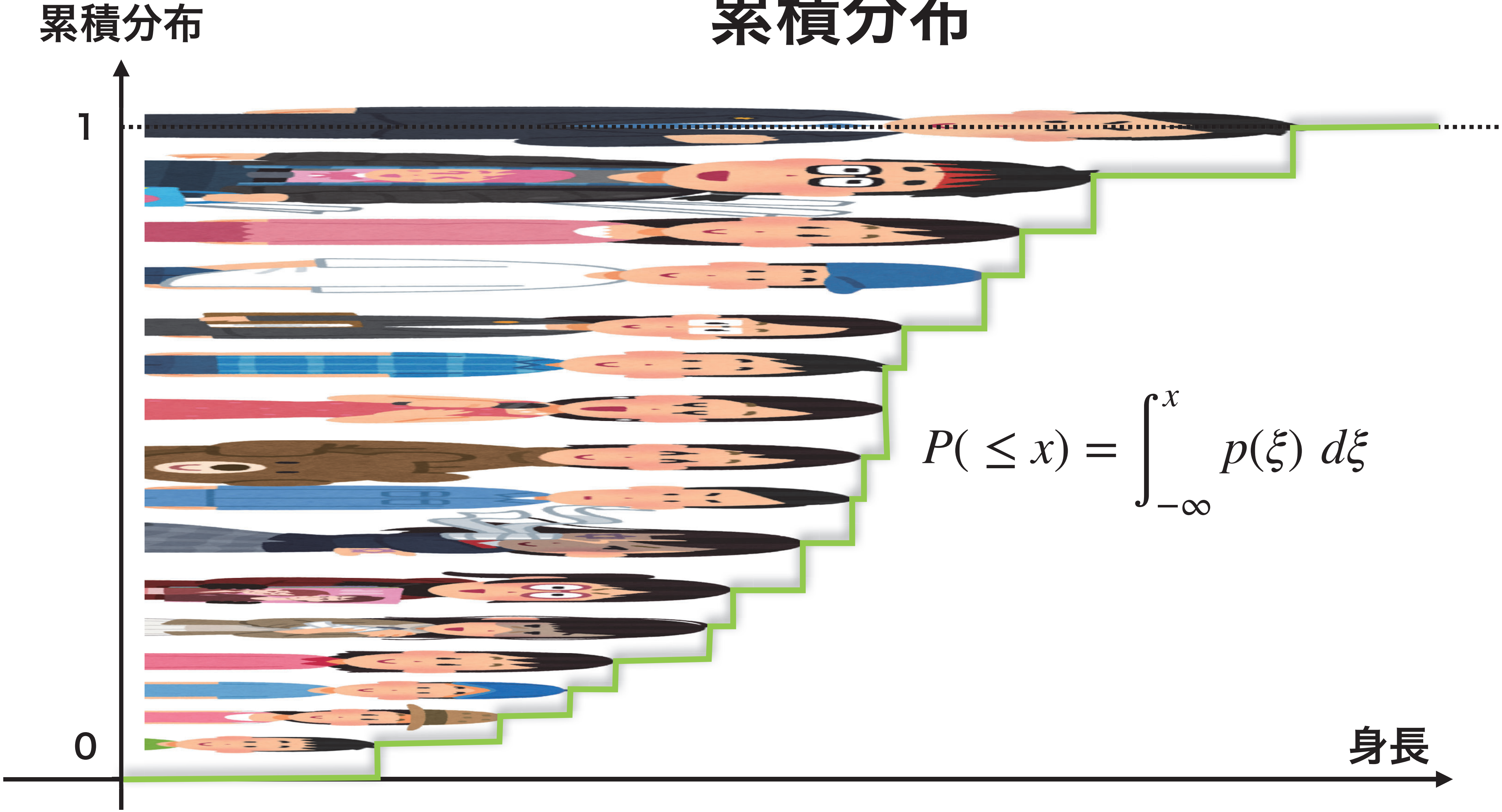


ランクーサイズプロット

$$\text{ランク：} r(x) = N_{total}\left(\int_x^\infty p(\xi)\ d\xi\right)$$

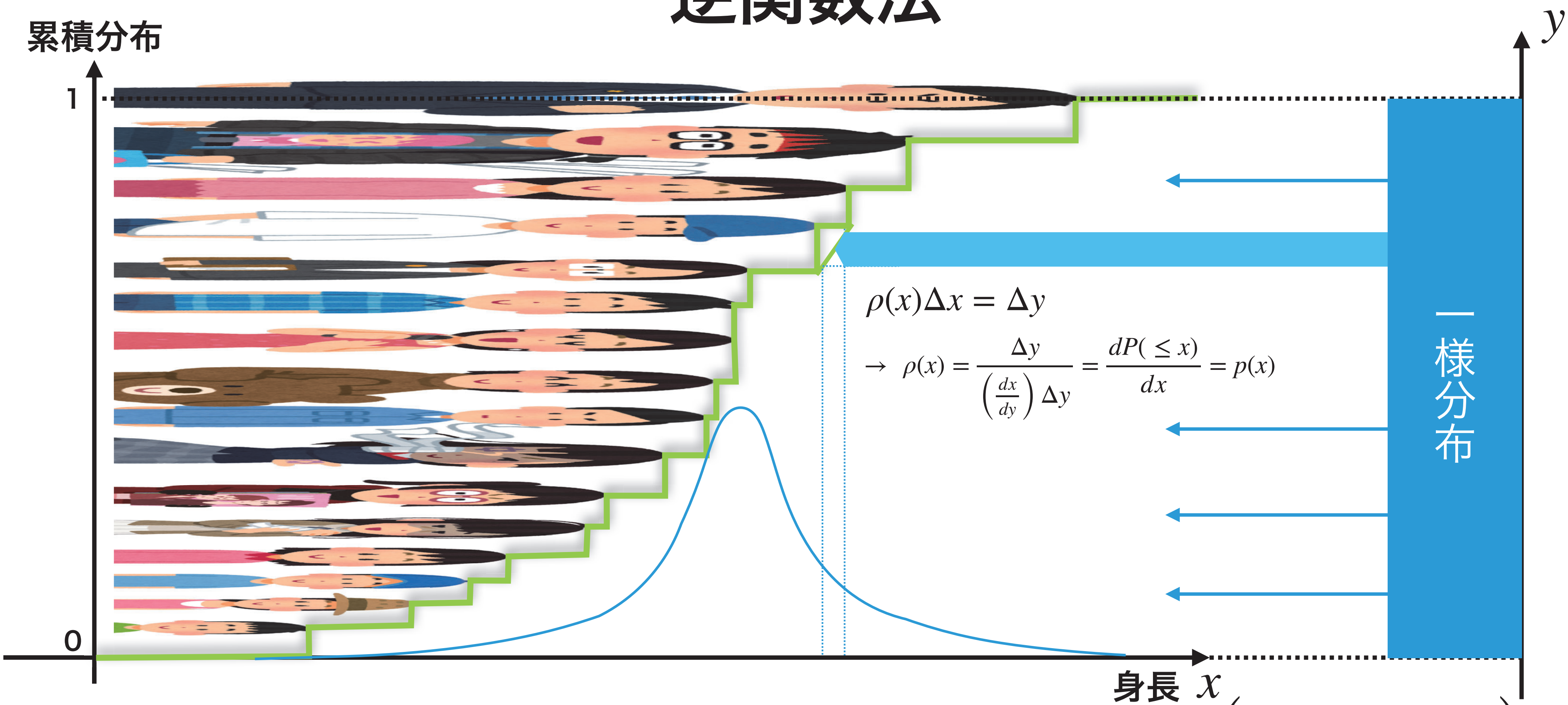


累積分布



$$P(\leq x) = \int_{-\infty}^{x} p(\xi)\, d\xi$$

逆関数法



$U \sim (0,1)$ **区間の一様分布** $\rightarrow X = F^{-1}(U) \sim f(x) \quad \left(F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\xi) d\xi \right)$

大数の法則と中心極限定理

サンプル数 n → ∞ につれ、

サンプル平均は期待値に収束

$$P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\mu\right|\geq\epsilon\right)\to 0$$

サンプル平均からのずれの分布は正規分布に収束

$$Z_n=\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\sum_i\frac{X_i-\mu_i}{\sigma_i}\right)\sim N(0,1)\quad\left(=\frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}\right)$$

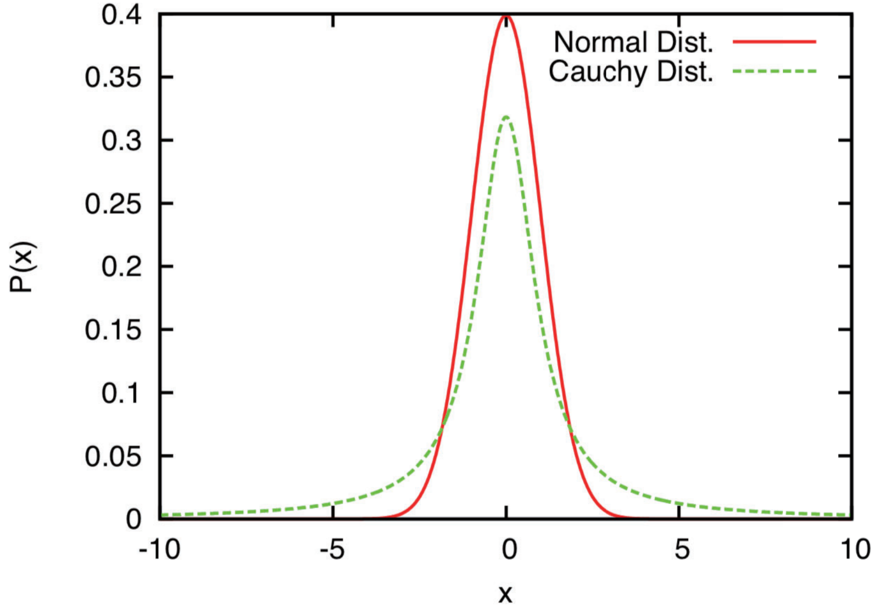
$$N(\mu,\sigma^2):\ f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Photo by Deutsche Bundesbank, Frankfurt am Main, Germany, from Wikipedia
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0d/10_DM_Serie4_Vorderseite.jpg
Public domain

分散が有限で無いような分布もある
(世の中の現象を広く見ればむしろ普遍的)

- 例：地震の大きさ、降水量、株価の変動、企業の売上、人や動物の移動、交流の頻度、etc. etc.
- Cauchy （コーシー）分布、レビ分布、ベキ分布

Linear plot ではちょっと裾が広いだけに見える…



1000回に1回は $>10\sigma$ イベントが起きる！