

クレジット:

UTokyo Online Education 数理手法Ⅷ 2019 島田尚

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



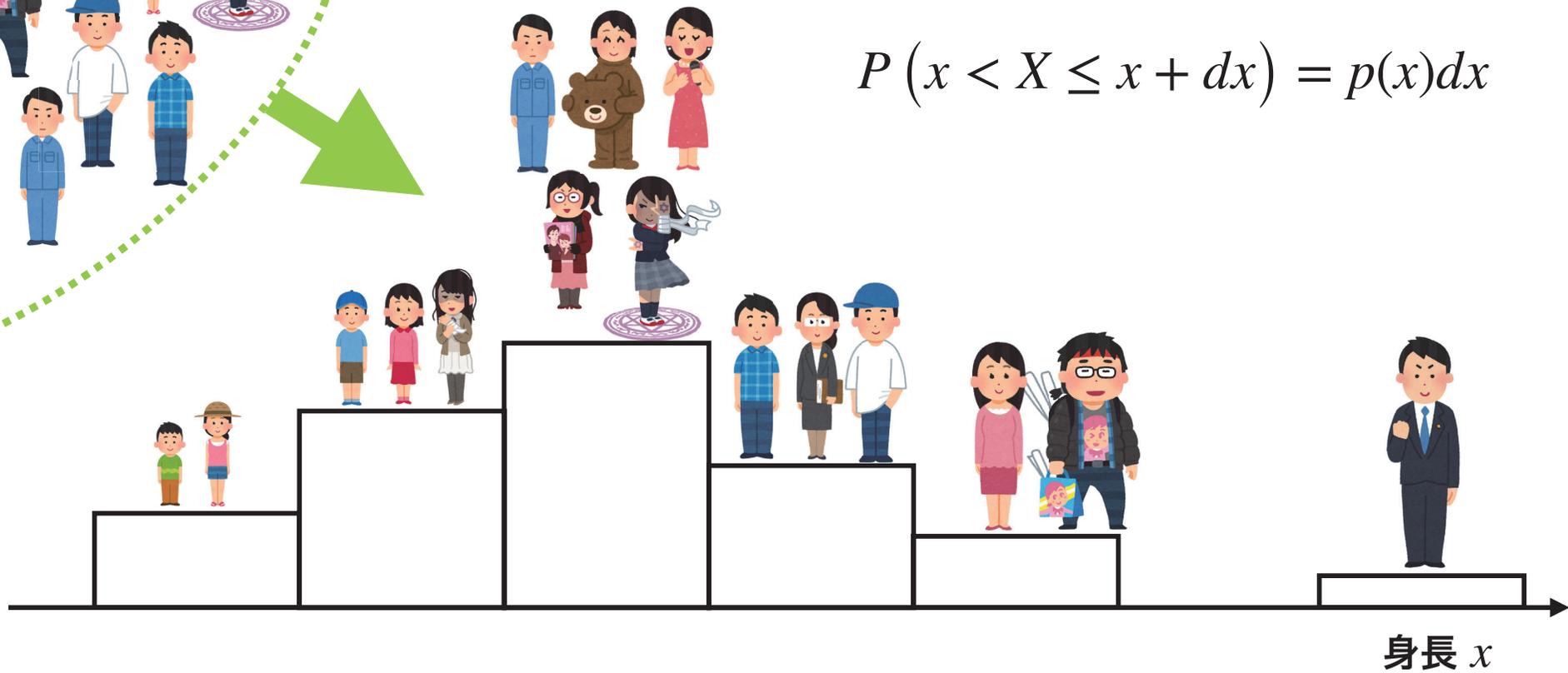
数理手法VIII

数理・情報教育研究センター 数学基礎教育部門
工学系研究科システム創成学専攻

島田 尚

頻度分布 (確率密度分布)

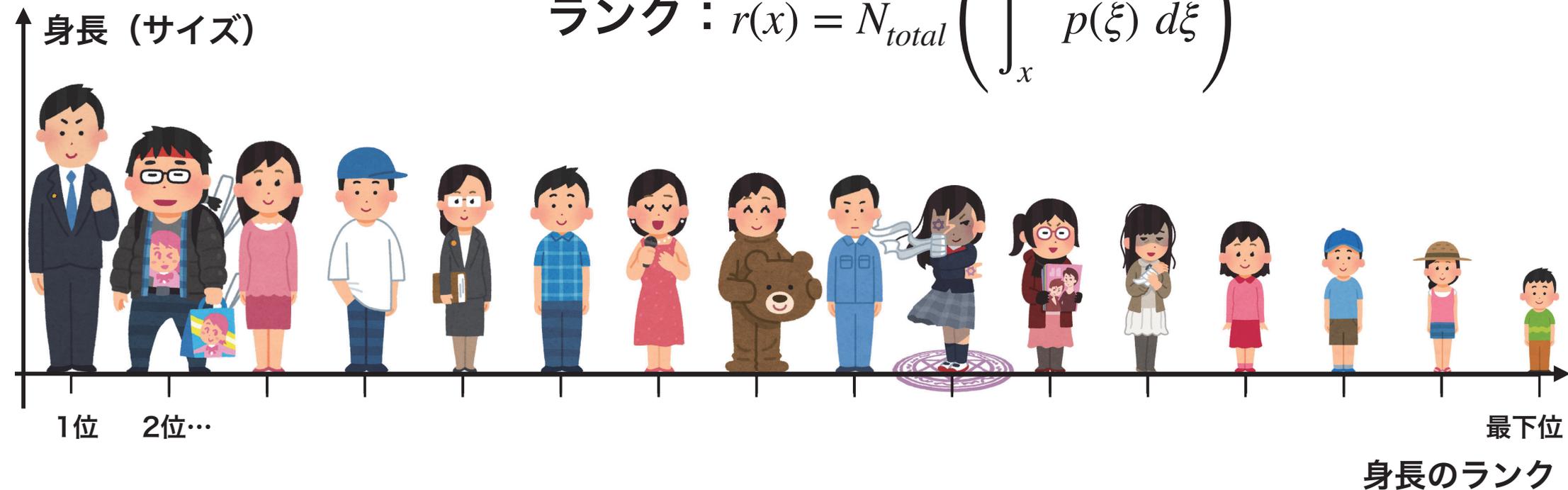
$$P(x < X \leq x + dx) = p(x)dx$$



©いらすとや

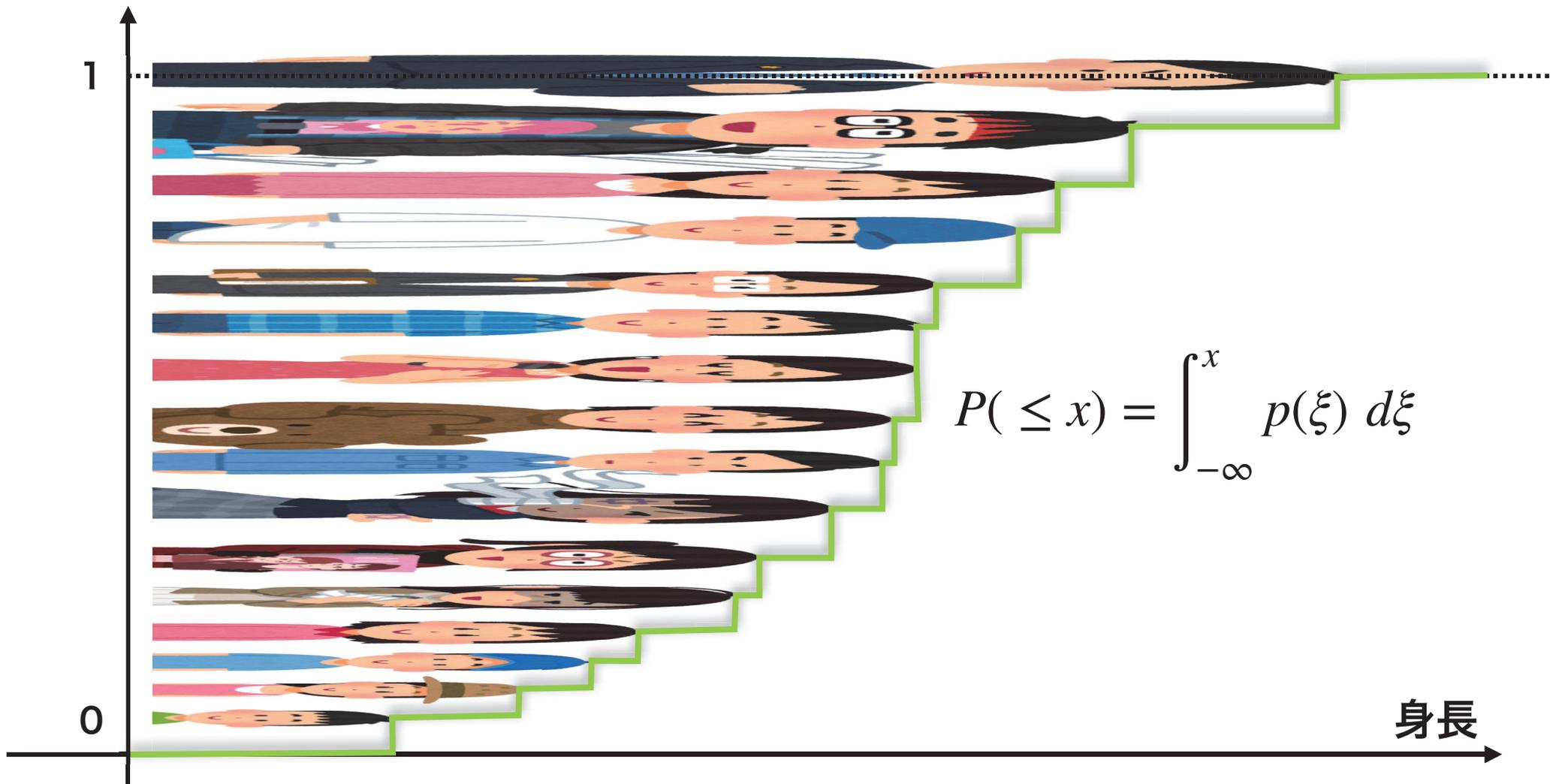
ランカーサイズプロット

$$\text{ランク} : r(x) = N_{total} \left(\int_x^{\infty} p(\xi) d\xi \right)$$



累積分布

累積分布



逆関数法

累積分布

1

0

y

身長 x

一様分布

$$\rho(x)\Delta x = \Delta y$$

$$\rightarrow \rho(x) = \frac{\Delta y}{\left(\frac{dx}{dy}\right)\Delta y} = \frac{dP(\leq x)}{dx} = p(x)$$

$$U \sim (0,1) \text{ 区間の一様分布} \rightarrow X = F^{-1}(U) \sim f(x) \quad \left(F(x) = \int_{-\infty}^x f(\xi)d\xi \right)$$

大数の法則と中心極限定理

サンプル数 $n \rightarrow \infty$ につれ、

サンプル平均は期待値に収束

$$P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i - \mu\right| \geq \epsilon\right) \rightarrow 0$$

サンプル平均からのずれの分布は
正規分布に収束

$$Z_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\sum_i \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right) \sim N(0,1) \left(= \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \right)$$



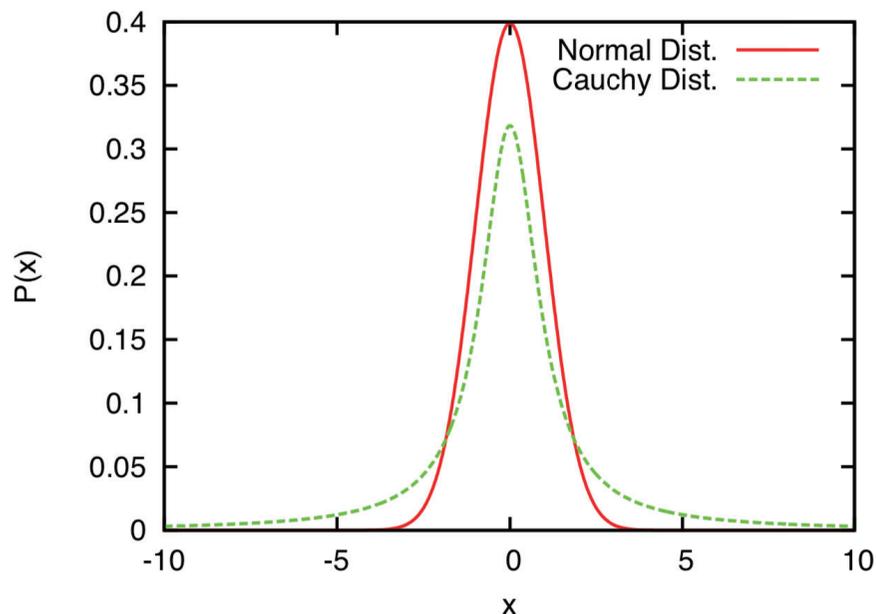
Photo by Deutsche Bundesbank, Frankfurt am Main,
Germany, from Wikipedia
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/
commons/0/0d/10_DM_Serie4_Vorderseite.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0d/10_DM_Serie4_Vorderseite.jpg)
Public domain

$$N(\mu, \sigma^2) : f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

分散が有限で無いような分布もある (世の中の現象を広く見ればむしろ普遍的)

- 例：地震の大きさ、降水量、株価の変動、企業の売上、人や動物の移動、交流の頻度、etc. etc.
- Cauchy (コーシー) 分布、レビ分布、ベキ分布

Linear plot ではちょっと裾が広いだけに見える…



1000回に1回は $> 10\sigma$ イベントが起きる！

