

クレジット:

UTokyo Online Education 数理手法Ⅲ 2018 寒野善博

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



構造物の最適設計法  
—工学における最適化の応用例—

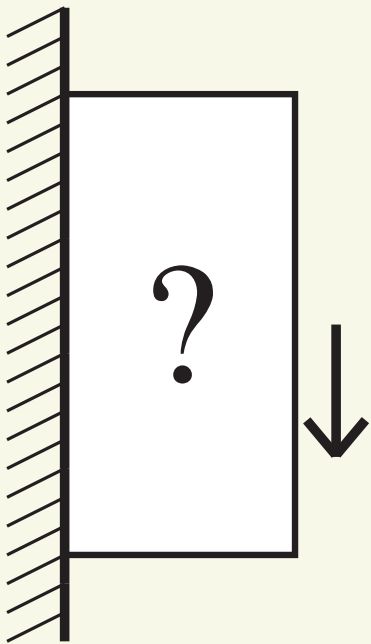
寒野 善博

東京大学 数理・情報教育研究センター

(数理手法 III)

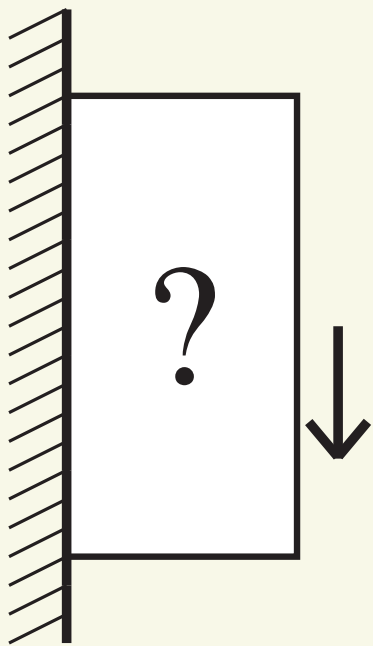
## コート掛け問題（最適設計の基本的な例題）

- 壁から ある距離だけ離れたところに コートを掛けたい.
- 掛けたときの変形が最小になるような コート掛けを設計したい.  
= 剛性最大化



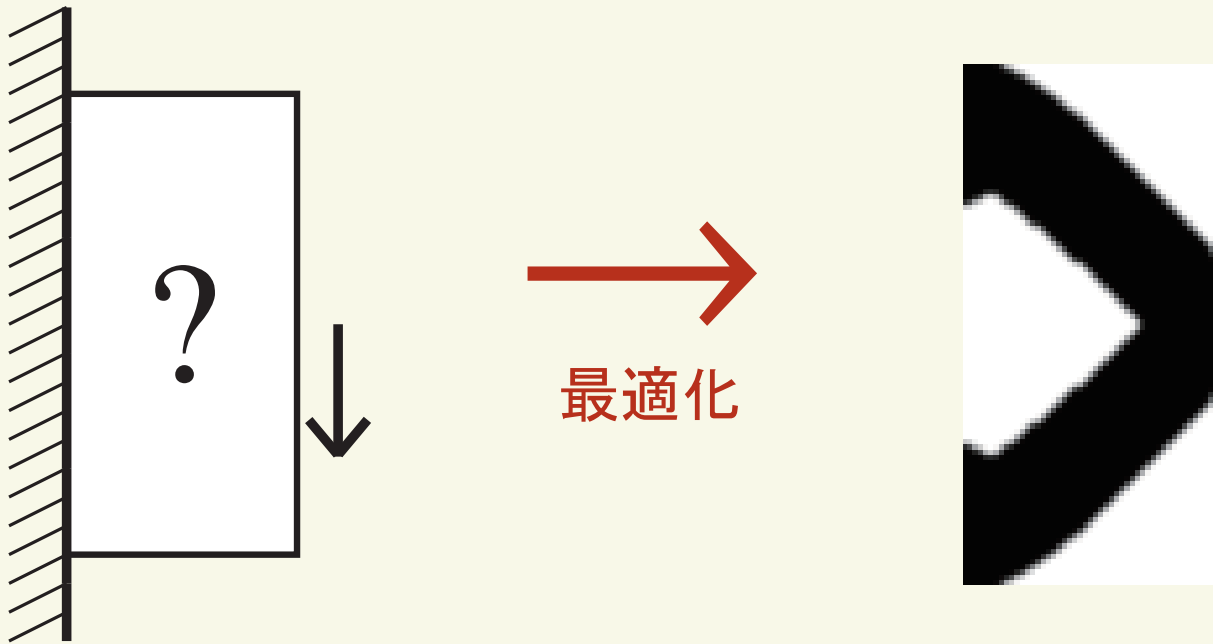
## コート掛け問題（最適設計の基本的な例題）

- 壁から ある距離だけ離れたところに コートを掛けたい.
- 掛けたときの変形が最小になるような コート掛けを設計したい.  
= 剛性最大化
- □ の領域内に コート掛けの材料を配置する.
- □ の面積の（たとえば）半分まで 材料を使ってよい.



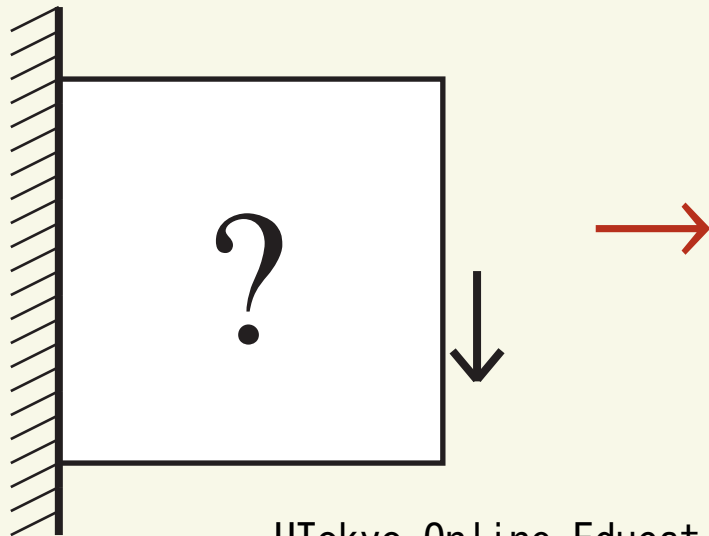
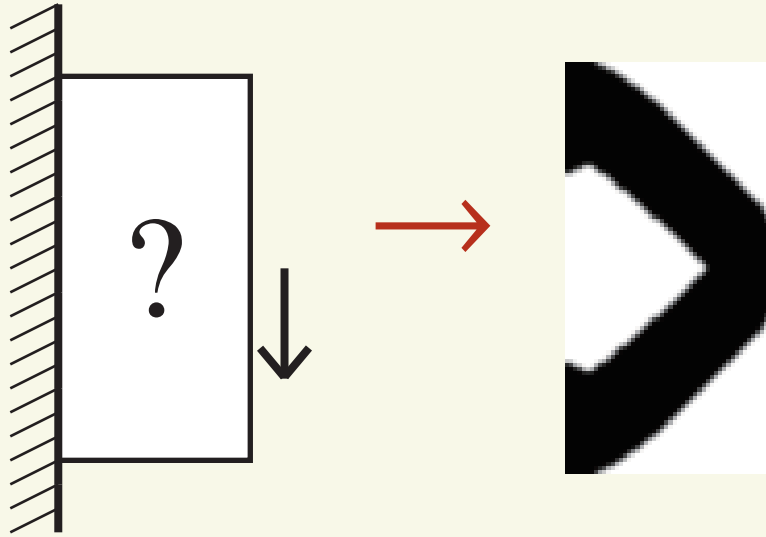
## コート掛け問題（最適設計の基本的な例題）

- 壁から ある距離だけ離れたところに コートを掛けたい.
- 掛けたときの変形が最小になるような コート掛けを設計したい.  
= 剛性最大化
- □ の領域内に コート掛けの材料を配置する.
- □ の面積の（たとえば）半分まで 材料を使ってよい.



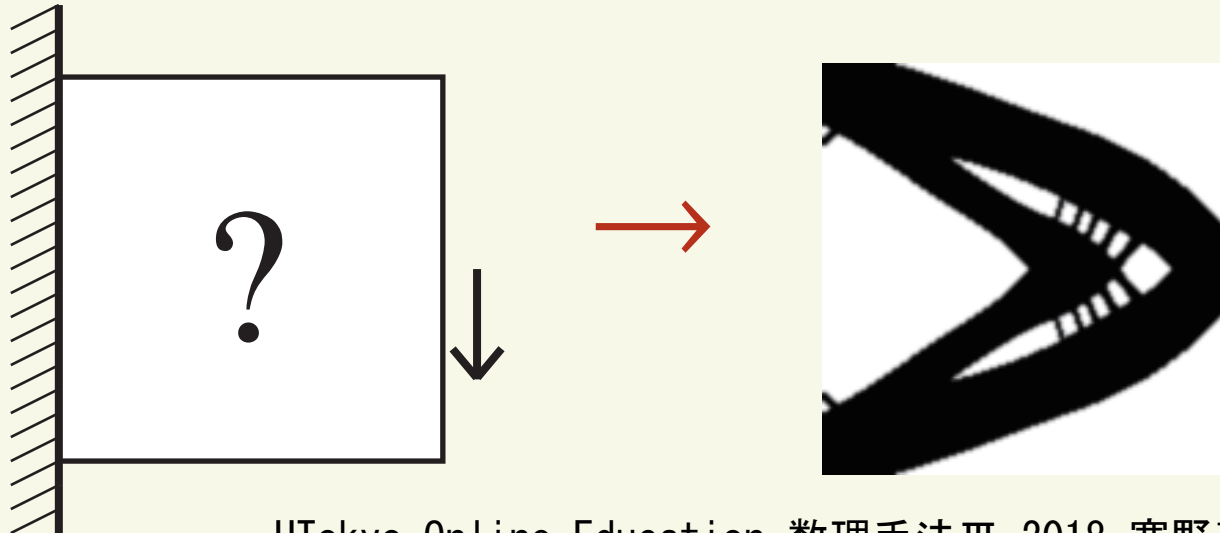
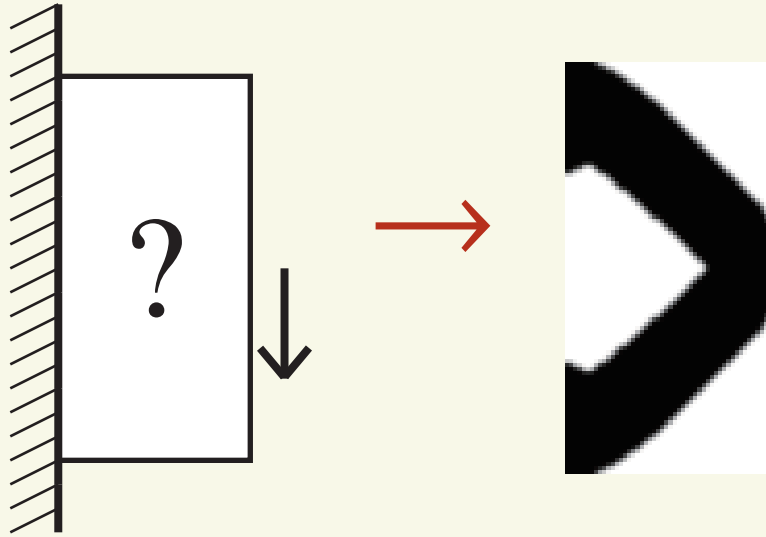
# コート掛け問題（最適設計の基本的な例題）

- 設計領域に応じて 剛性最大化の解の形状は変化する.



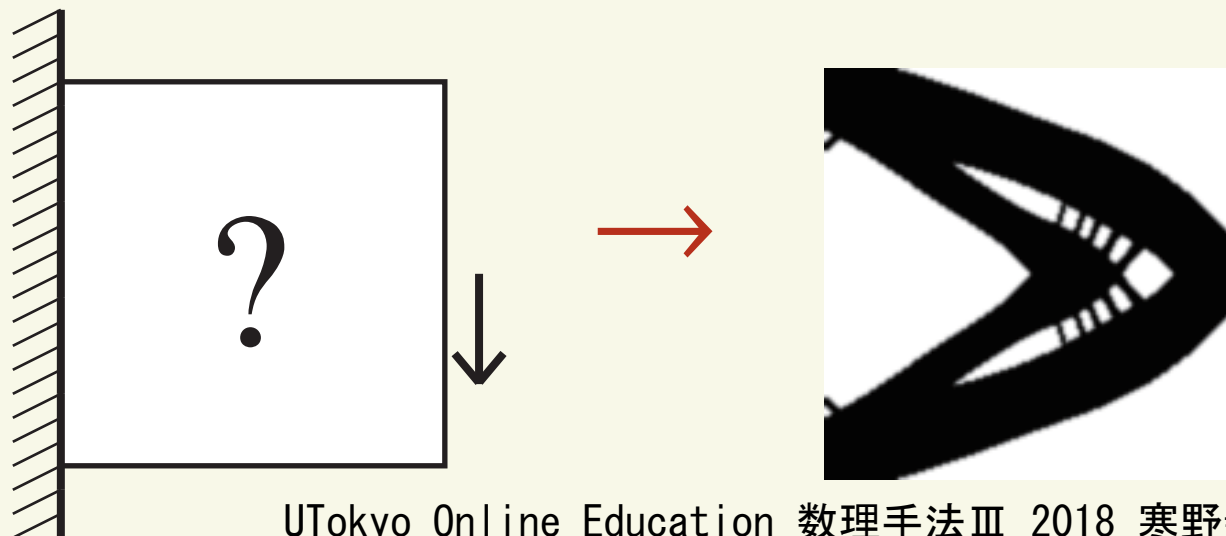
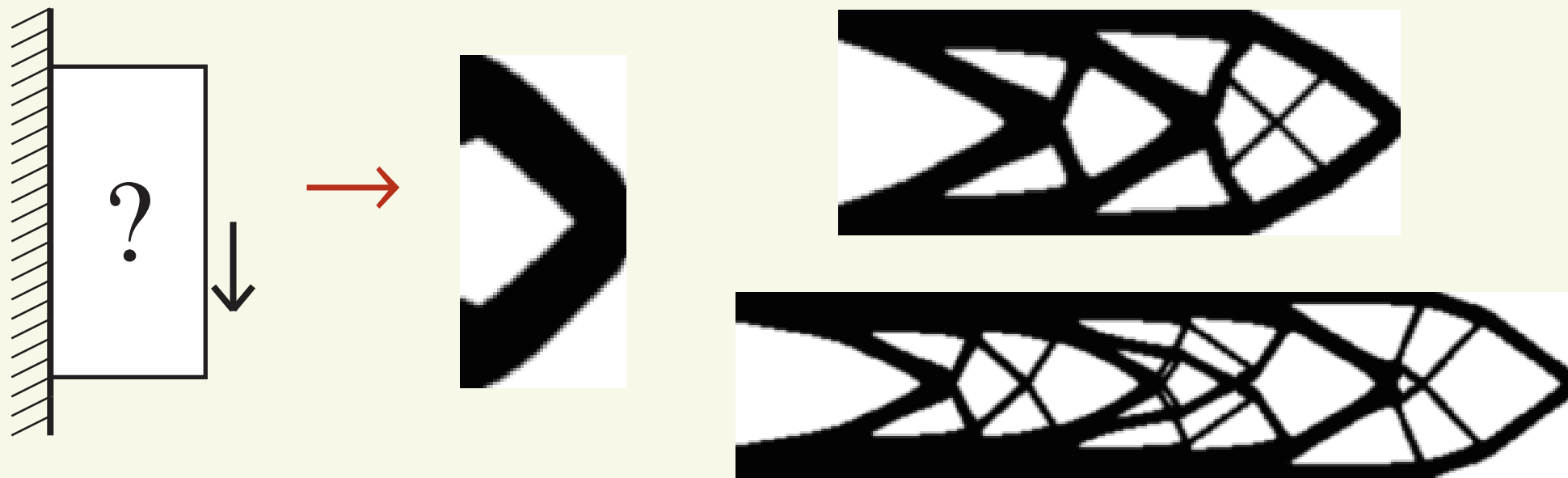
# コート掛け問題（最適設計の基本的な例題）

- 設計領域に応じて 剛性最大化の解の形状は変化する.



# コート掛け問題（最適設計の基本的な例題）

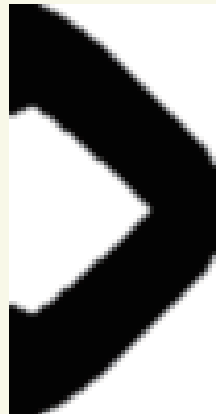
- 設計領域に応じて 剛性最大化の解の形状は変化する.





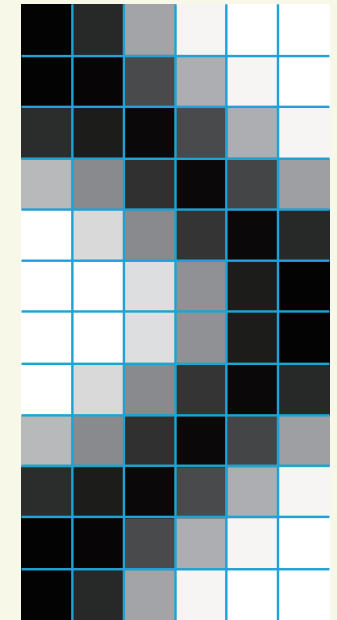
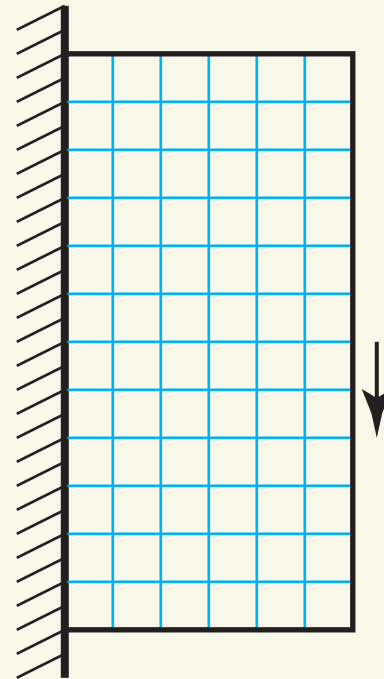
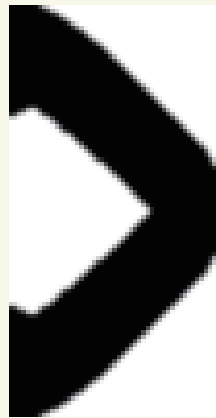
## コート掛け問題（最適設計の基本的な例題）


- どのようにして得られた解（デザイン）か？



# コート掛け問題（最適設計の基本的な例題）

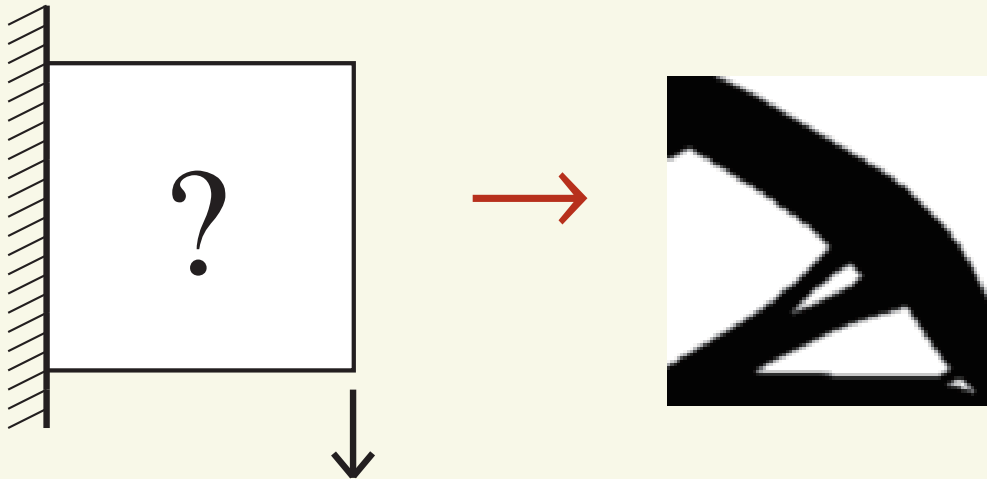
- どのようにして得られた解（デザイン）か？



- 設計領域  をたくさんの小領域（= 有限要素）に分割
- それぞれの小領域の色（= 密度）を決定
- 決定変数の数 = 小領域の数

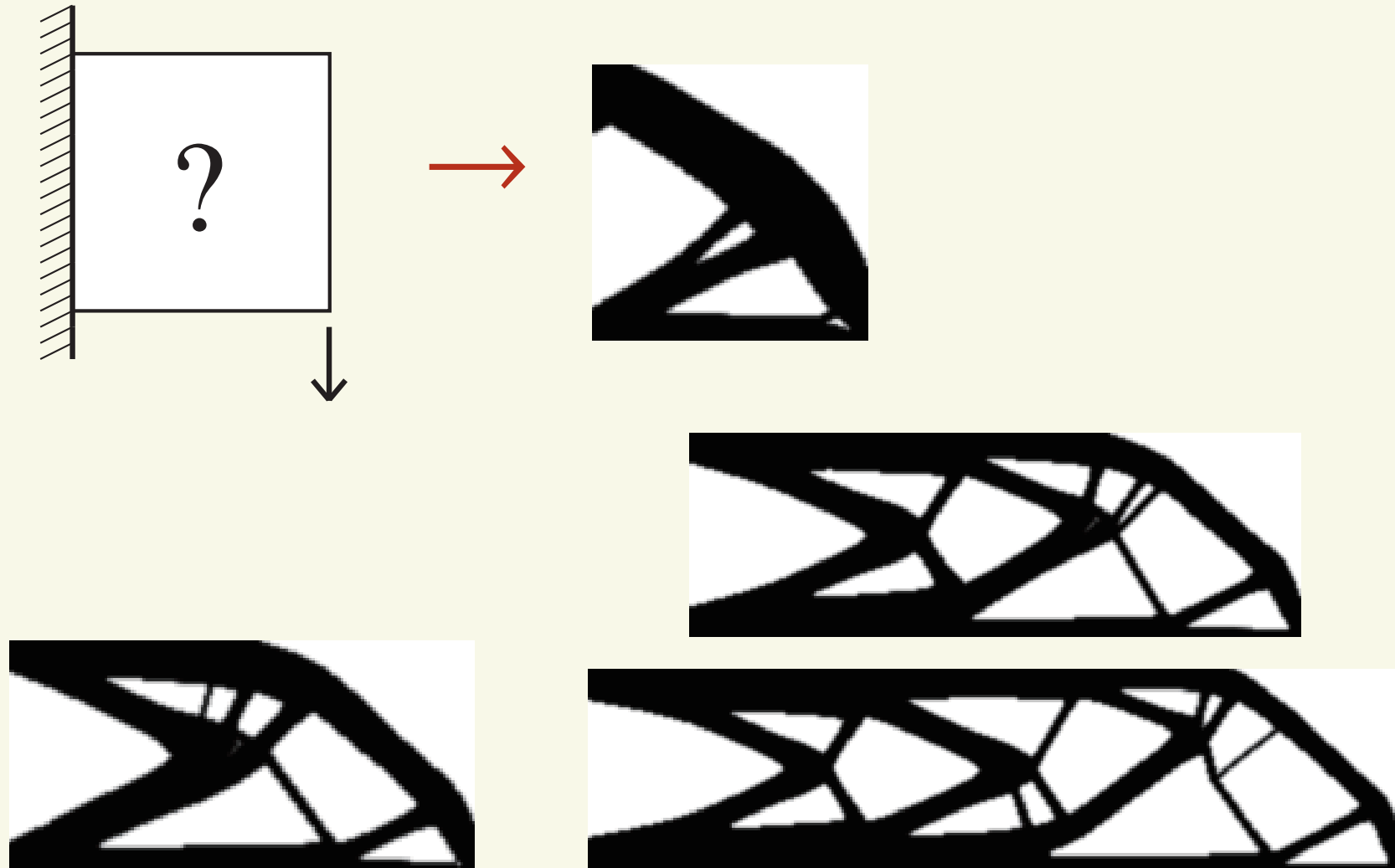
# 最適設計（構造物の最適化）

- 設計条件が変わると 剛性最大化の解は（当然ですが）変化する.
- 与条件に対して, 最良の設計解を求める方法論 = 最適設計



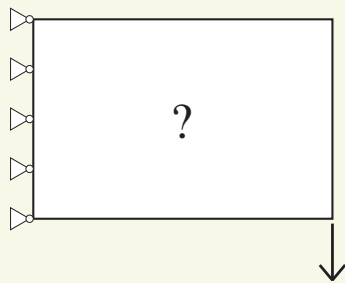
# 最適設計（構造物の最適化）

- 設計条件が変わると 剛性最大化の解は（当然ですが）変化する.
- 与条件に対して、最良の設計解を求める方法論 = **最適設計**



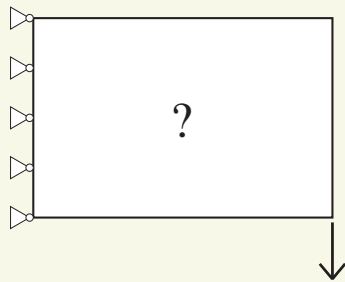
# 最適設計（または、構造最適化）

- 構造物の設計の過程に最適化を利用
- 構造物
  - 土木，建築，機械，航空，etc.
  - 橋梁，高架橋，建物，塔，ドーム，自動車，産業用ロボット，プラント，航空機，宇宙機，ロケット，etc.



→  
設計者

設計解



→  
最適化



最適解

- 設計者の経験・勘・能力に依存
  - → 試行錯誤の反復
  - → 技能の継承？
- 最適化が設計過程を支援
  - → 設計の合理性
  - → 試行錯誤の減少
  - → 従来にない設計条件にも

# 最適設計（構造最適化）

- 最適設計の基本形：

目的：（構造物のパフォーマンス） → 最大化

制約：（力学の支配式）

(♣)

（設計条件）

(◇)

- (♣)：釣合い式，運動方程式，etc.

- (◇)：変形の制約，応力の制約，「面積は0以上」，etc.

# 最適設計（構造最適化）

- 最適設計の基本形：

目的：（構造物のパフォーマンス） → 最大化

制約：（力学の支配式）

(♣)

（設計条件）

(◇)

- (♣)：釣合い式，運動方程式，etc.

- (◇)：変形の制約，応力の制約，「面積は0以上」，etc.

- 最適化が設計過程を支援

- → 設計の合理性

- → 試行錯誤の減少

- → 従来にない設計条件（直感では難しい設計）にも対応可能 (!)

- 負のポアソン比をもつ構造物

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"A mixed integer programming approach to designing periodic frame structures  
with negative Poisson's ratio."

Rui Kureta, Yoshihiro Kanno  
Optimization and Engineering

September 2014, Volume 15, Issue 3, pp 773–800, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-013-9225-7>

- 縦に引っ張ると横にも広がる。

- 負の熱膨張率をもつ構造物

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"Optimal design of periodic frame structures with negative thermal expansion via mixed  
integer programming"

Masayuki Hirota, Yoshihiro Kanno  
Optimization and Engineering

December 2015, Volume 16, Issue 4, pp 767–809, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-015-9276-z>

- 温度を上げると小さくなる。



# 負のポアソン比をもつ構造物

- ... 一つの方に引っ張ると, その直交方向にも広がる.

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"A mixed integer programming approach to designing periodic frame structures  
with negative Poisson's ratio."

Rui Kureta, Yoshihiro Kanno

Optimization and Engineering

September 2014, Volume 15, Issue 3, pp 773–800, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-013-9225-7>

[Kureta & K. '14, *OPTE*, 15:773–800]

# 負のポアソン比（auxetic 性）をもつ材料

- 自然界の例

- カドミウム

[Li '76]

- ヒ素の単結晶

[Gunton & Saunders '72]

- 人工物の例

- 泡構造

[Lakes '87]

- 凹角をもつハニカム構造

[Friis, Lakes, & Park '88], [Evans, Alderson, & Christian '95]

- 応用（の可能性）

- 調節機能つきフィルタ

[Alderson *et al.* '00]

- ファスナ

[Choi & Lakes '91]

- 人工の椎間板

[Martz, Lakes, Goel, & Park '05]

# 負のポアソン比をもつ構造の設計問題

- 通常の（= ポアソン比が正の）材料を使用
  - 形態を工夫することで 構造全体として 負のポアソン比を実現.
  - マイクロストラクチャの設計ともみなせる.
- 周期性 と 対称性 を 仮定

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"A mixed integer programming approach to designing periodic frame structures with negative Poisson's ratio."

Rui Kureta, Yoshihiro Kanno  
Optimization and Engineering

September 2014, Volume 15, Issue 3, pp 773–800, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-013-9225-7>

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"A mixed integer programming approach to designing periodic frame structures with negative Poisson's ratio."

Rui Kureta, Yoshihiro Kanno  
Optimization and Engineering

September 2014, Volume 15, Issue 3, pp 773–800, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-013-9225-7>

## ユニットを設計

## 周期性

# 最適化問題としてのモデリング

目的 :  $u_{\text{out}}$  → 最大化

制約 : 釣合式 (入力変位  $u_{\text{in}}$  を指定)

どの部材 (線材) を用いるかを選択

応力制約

交差する部材を除く制約

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"A mixed integer programming approach to designing periodic frame structures with negative Poisson's ratio."

Rui Kureta, Yoshihiro Kanno

Optimization and Engineering

September 2014, Volume 15, Issue 3, pp 773–800, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-013-9225-7>

# 最適化問題としてのモデリング

目的 :  $u_{\text{out}}$  → 最大化

制約 : 釣合式 (入力変位  $u_{\text{in}}$  を指定)

どの部材 (線材) を用いるかを選択

応力制約

交差する部材を除く制約

- 分割数を変えると ...

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"A mixed integer programming approach to designing periodic frame  
structures with negative Poisson's ratio."

Rui Kureta, Yoshihiro Kanno  
Optimization and Engineering

September 2014, Volume 15, Issue 3, pp 773–800, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-013-9225-7>

- ステンレス板（0.5 mm 厚）に フォトエッチング

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"A mixed integer programming approach to designing periodic frame structures with negative Poisson's ratio."

Rui Kureta, Yoshihiro Kanno

Optimization and Engineering

September 2014, Volume 15, Issue 3, pp 773–800, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-013-9225-7>

# 最適解の模型

- ステンレス板（0.5 mm 厚）に フォトエッチング
- 左右に引っ張ったとき：

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"A mixed integer programming approach to designing periodic frame structures with negative Poisson's ratio."

Rui Kureta, Yoshihiro Kanno

Optimization and Engineering

September 2014, Volume 15, Issue 3, pp 773–800, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-013-9225-7>

変形前

変形後

# 負の熱膨張率をもつ骨組構造

- ... 温めると, 小さくなる.

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"Optimal design of periodic frame structures with negative thermal expansion via mixed integer programming"

Masayuki Hirota, Yoshihiro Kanno

Optimization and Engineering

December 2015, Volume 16, Issue 4, pp 767–809, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-015-9276-z>

[Hirota & K. '15, *OPTE*, 16:767–809]



# 負の熱膨張率

- 応用：温度センサー，熱ファスナー，熱応力の軽減
- 化合物：
  - タングステン酸ジルコニウム [Martinek & Hummel '68]
  - ゼオライト [Lightfoot, Woodcock, Maple, Villaescusa, & Wright '01]
  - 酸化物 ( $\text{Bi}_{1-x}\text{Ln}_x\text{NiO}_3$ )  
[Oka, Nabetani, Sakaguchi, Seki, Czapski, Shimakawa, & Azuma '13]
- → ありふれた (= 熱膨張率が正の) 材料を二つ組み合わせて，「構造全体としての熱膨張率が負」になるものを設計

# 最適化問題としてのモデリング

目的： 温度上昇による内向き変位  $u_{\text{out}}$  → 最大化

制約： 釣合式（温度上昇時）

各部材（各線材）の材料

応力制約，交差する部材を除く制約

- 材料の選択： Al：熱膨張率大，Ti：熱膨張率小，なし

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"Optimal design of periodic frame structures with negative thermal expansion via mixed integer programming"

Masayuki Hirota, Yoshihiro Kanno

Optimization and Engineering

December 2015, Volume 16, Issue 4, pp 767–809, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-015-9276-z>

# 最適化問題としてのモデリング

目的： 温度上昇による内向き変位  $u_{\text{out}}$  → 最大化

制約： 釣合式（温度上昇時）

各部材（各線材）の材料

応力制約，交差する部材を除く制約

- 材料の選択： Al：熱膨張率大，Ti：熱膨張率小，なし
- 分割数を変えると …

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"Optimal design of periodic frame structures with negative thermal expansion via mixed integer programming"

Masayuki Hirota, Yoshihiro Kanno

Optimization and Engineering

December 2015, Volume 16, Issue 4, pp 767–809, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11081-015-9276-z>

- 自動車のボディの設計（軽量化）

[Xiong *et al.* '18, *SMO*, 57:441–461]

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"Lightweight optimization of the side structure of automobile body  
using combined grey relational and principal component analysis"  
Feng Xiong, Dengfeng Wang, Shuai Zhang, Kefang Cai, Shuang Wang, Fang Lu  
Structural and Multidisciplinary Optimization, Springer  
January 2018, Volume 57, Issue 1, pp 441–461

<https://link.springer.com/article/10.1007/s00158-017-1749-6>

- 産業用ロボットの設計（剛性の最大化）

[Kim *et al.* '16, *SMO*, 54:1061–1071]

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"Topology optimization of industrial robots for system-level stiffness maximization by using part-level metamodels"

Byung Jun Kim, Dae Kyu Yun, Sang Hun Lee, Gang-Won Jang  
Structural and Multidisciplinary Optimization  
October 2016, Volume 54, Issue 4, pp 1061–1071, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s00158-016-1446-x>

- 航空機のパイロン（支柱）

[Remouchamps *et al.* '11, *SMO*, 44:739–750]

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"Application of a bi-level scheme including topology optimization to the design of an aircraft pylon"  
Alain Remouchamps, Michael Bruyneel, Claude Fleury, Stéphane Grihon  
Structural and Multidisciplinary Optimization  
December 2011, Volume 44, Issue 6, pp 739–750, Springer

<https://link.springer.com/article/10.1007/s00158-011-0682-3>

- ビルメンテナンスユニットの部品 [Corbera Caraballo *et al.*, *SMO*, to appear]

著作権の都合により  
ここに挿入されていた画像を削除しました

"Integration of cutting time into the structural optimization process: application to a spreader bar design"  
S. Corbera Caraballo, R. Álvarez Fernández, J. A. Lozano Ruiz  
Structural and Multidisciplinary Optimization  
November 2018, Volume 58, Issue 5, pp 2269–2289

<https://link.springer.com/article/10.1007/s00158-018-2016-1>

# まとめ

- 最適設計
  - 最適化を用いた構造物の設計法
  - 構造物の何らかの性能を最大化
  - 設計要件や物理的な条件が制約
- 設計に合理性や必然性を与える。
  - 勘や経験への依存度が減らせる。
- 直感では難しい設計問題にも対応できる。
  - 最適化問題として定式化すればあとはそれを解くだけでよい。
  - 試行錯誤に依らずに設計解を得られる。