

クレジット:

UTokyo Online Education 数理手法Ⅲ 2018 寒野善博

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

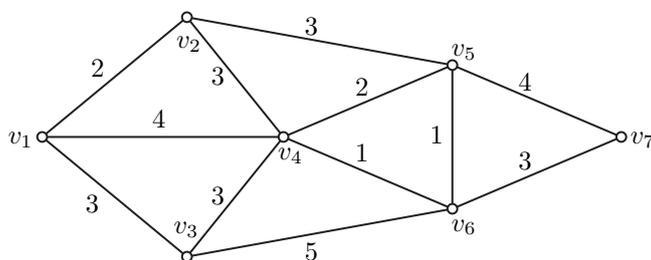
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。

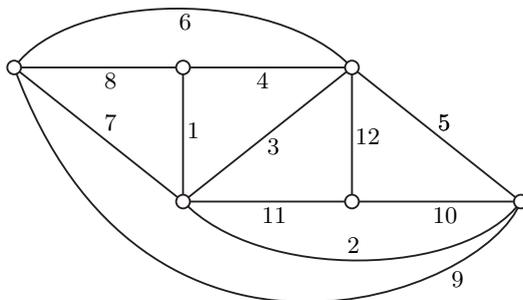


演習問題 (離散最適化編)

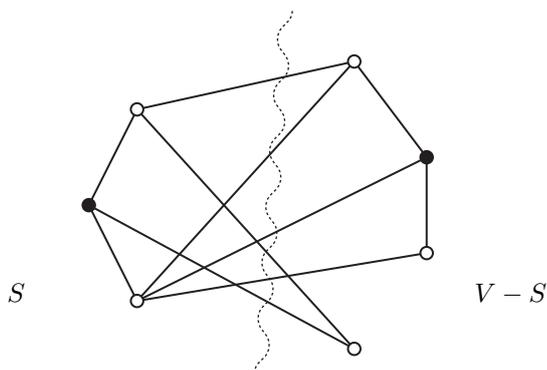
問 1 図のグラフにおいて、頂点  $v_1$  から頂点  $v_7$  への最短路を求めよ。



問 2 図のグラフの最小木を、クラスカルのアルゴリズムで求めよ。また、プリムのアルゴリズムでも求めてみよ。



問 3 無向グラフ  $G = (V, E)$  が与えられたとき、カット  $(S, V - S)$  に含まれる辺の数が最大になるような  $V$  の部分集合  $S$  を求める問題は、最大カット問題とよばれている。最大カット問題に対して、次の近似解法を考える。まず、 $V$  からランダムにいくつかの点を選んで  $S$  とする。次に、 $V - S$  に属する点のうち、それを  $S$  に移すことでカットの本数が増える点を  $S$  に移す。また、同様に、 $S$  に属する点のうち、それを  $V - S$  に移すことでカットの本数が増える点を  $V - S$  に移す。下の図の例では、波線で  $S$  と  $V - S$  とが分けられているが、“●” で示す 2 点はいずれも所属を入れ替えることでカットの本数が増える。このような操作を、 $S$  が更新されなくなるまで繰り返す。この近似解法の近似比が 0.5 であることを示せ。



問 4 最短路問題を，整数計画問題として定式化せよ。

問 5 次のナップサック問題の最適解を，分枝限定法で求めよ。

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & 18x_1 + 35x_2 + 20x_3 + 15x_4 + 7x_5 \\ \text{subject to} \quad & 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 2x_5 \leq 17, \\ & x_1, \dots, x_5 \in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

問 6 2次元平面上に，“o”のラベルがついたデータ点  $(\alpha_1^o, \beta_1^o), \dots, (\alpha_m^o, \beta_m^o)$  と “x”のラベルがついたデータ点  $(\alpha_1^x, \beta_1^x), \dots, (\alpha_n^x, \beta_n^x)$  とが与えられている。直線  $\beta = x_1\alpha + x_2$  を引き，“o”のラベルがついたデータは直線の下に，“x”のラベルがついたデータは上になるように  $x_1$  および  $x_2$  の値を決めたい。このルールを満たす直線が存在しないときには，ルールから外れる点の個数が最小となるように  $x_1$  および  $x_2$  を決めることとする。この問題を，混合整数計画問題として定式化せよ。

(以上)