

クレジット:

UTokyo Online Education 数理手法Ⅲ 2018 寒野善博

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



NetworkX によるネットワーク計画問題の解き方

この資料では、NetworkX という Python のパッケージ^{*1}を用いてネットワーク計画問題を解く方法を解説する。

- この資料は、主に「最適化のプログラムを実際に動かしてみたい」という人向けの、補助資料です。講義の履修や単位の取得に、プログラミングは必要ではありません。
- 実装例のファイルは、<https://www.or.mist.i.u-tokyo.ac.jp/kanno/lecture/> にあります。

1. 最短路問題の例

重み付き有向グラフ $G = (V, E, c)$ について、二つの頂点 $s, t \in V$ が指定されたとき、 s から t への道のうち重みが最小のものを求める問題を最短路問題という。ただし、辺の重みはすべて 0 以上であるとする。また、 s を始点とよび、 t を終点とよぶ。

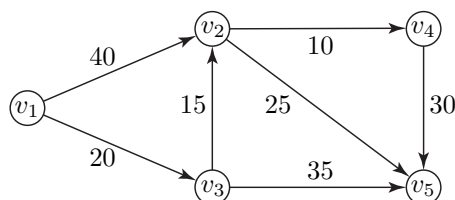


図 1: 最短路問題の例で用いるグラフ

最短路問題は、ダイクストラ (Dijkstra) 法を用いると効率よく解けることが知られている。NetworkX にも、ダイクストラ法が実装されている。図 1 のグラフにおいて、頂点 v_1 を始点とし頂点 v_5 を終点とする最短路は、次のような Python のコードで求めることができる。

```

1 # ファイル名 : 'shortest_path_ex.py'
2 import networkx as nx          # まずはパッケージの読み込み
3 G = nx.DiGraph()              # 空な有向グラフGを生成
4 G.add_nodes_from(['v1', 'v2', 'v3', 'v4', 'v5']) #Gに頂点v1,...,v5を追加
5 G.add_weighted_edges_from([\
6     ('v1', 'v2', 40.0), ('v1', 'v3', 20.0), ('v2', 'v4', 10.0), \
7     ('v2', 'v5', 25.0), ('v3', 'v2', 15.0), ('v3', 'v5', 35.0), \
8     ('v4', 'v5', 30.0)])      #Gに辺とその重みを追加
9 print( nx.dijkstra_path(G, 'v1', 'v5') ) #ダイクストラ法の実行と最適解の出力
    
```

```

>>>
['v1', 'v3', 'v5']
>>>
    
```

つまり、 $v_1 \rightarrow v_3 \rightarrow v_5$ が最適解であることが分かる。

^{*1}<https://networkx.github.io/>

2. 最小木問題の例

連結なグラフであって、閉路をもたないものを、木とよぶ。連結な重み付き無向グラフ $G = (V, E, c)$ に対して、 G の部分グラフのうち V を頂点集合とする木のことを、 G の全域木とよぶ。最小木問題は、 G の全域木のうち重みが最小のものを求める問題である。

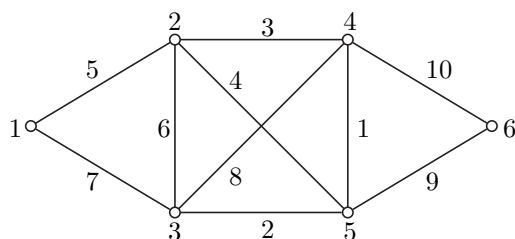


図 2: 最小木問題の例で用いるグラフ

クラスカル (Kruskal) のアルゴリズムは、最小木問題の解法の一つである。NetworkX でクラスカルのアルゴリズムを用いて図 2 のグラフの最小木を求めるには、次のようにコーディングすればよい。

```
1 # ファイル名 : spanning_tree_ex.py
2 import networkx as nx           # まずはパッケージの読み込み
3 G = nx.Graph()                 # 空な無向グラフGを生成
4 G.add_nodes_from([1,2,3,4,5,6]) # Gに頂点を追加
5 G.add_weighted_edges_from([ \
6     (1,2,5.0), (1,3,7.0), (2,3,6.0), (2,4,3.0), \
7     (2,5,4.0), (3,4,8.0), (3,5,2.0), (4,5,1.0), (4,6,10.0), \
8     (5,6,9.0) ])                # Gに辺とその重みを追加
9 T = nx.minimum_spanning_tree(G) # クラスカルのアルゴリズムを実行
10 print(T.edges(data=True))      # 最適解の出力
```

このコードを実行すると、次のような出力が得られる。

```
>>>
[(1, 2, {'weight': 5.0}), (2, 4, {'weight': 3.0}), (3, 5, {'weight': 2.0}),
 (4, 5, {'weight': 1.0}), (5, 6, {'weight': 9.0})]
>>>
```

つまり、最小木の辺は $(1,2)$, $(2,4)$, $(3,5)$, $(4,5)$, $(5,6)$ であることがわかる。

(以上)