

クレジット:

Mathematics and Informatics Center 文科系のための線形代数・解析 I
2020 藤堂 眞治・松尾 泰・藤原 毅夫

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



実数 x, y, z に対して

方程式 $x + y + z = 0$ を要求する

① 解の集合は線形空間となることを示せ

② 基底の例を一つ構成せよ

44
答の例

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} : x + y + z = 0 \right\} \text{ と可る}$$

$$\textcircled{1} \quad v_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad v_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \text{ が } V \text{ の元とせば}$$

$$x_1 + y_1 + z_1 = 0, \quad x_2 + y_2 + z_2 = 0$$

このとき $kv_1 = \text{解}$

$$\iff kx_1 + ky_1 + kz_1 = k(x_1 + y_1 + z_1) = 0$$

$v_1 + v_2 \in \text{解}$

$$(x_1 + x_2) + (y_1 + y_2) + (z_1 + z_2) = (x_1 + y_1 + z_1) + (x_2 + y_2 + z_2) = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \text{この解として } v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ とせば}$$

$$v_1, v_2 \text{ は一次独立? } xv_1 + yv_2 = \begin{bmatrix} x \\ -x+y \\ -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\iff x = y = 0$$

V は 2次元空間なので v_1, v_2 は基底となる。