

クレジット:

Mathematics and Informatics Center 文科系のための線形代数・解析 I
2020 藤堂 眞治・松尾 泰・藤原 毅夫

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



第6講 行列の演算

6-9 課題

1. 次の行列のうち、積が定義されている組をすべて求め、その積を計算せよ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 7 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, F = [0 \quad -1 \quad 3]$$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ (1) $2A + 3DB$ (2) $BD + 5C$ (3) $BA - 3'D$ (4) $DCB + 2'A$ を計算せよ

行列 A, B, C, D に対して、

3. 以下の行列 A, B, C について、 $AB = BA$ となるのはどのようなときか? $BC = CB$ となるのはどのようなときか? p, q, r, s に関する条件を与えよ

$$A = \begin{bmatrix} p & 0 \\ q & r \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & s \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. $n \times n$ の行列 A, B, C および実数 k について以下の等式が成り立つことを示せ

(1) $tr(A + B) = trA + trB$

(2) $tr(AB) = tr(BA)$

(3) $tr(ABC) = tr(BCA) = tr(CAB)$

5. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ について、ケーリー・ハミルトンの定理から $A^2 - 5A + 6E = 0$ が成り立つ。それを利用して A^2, A^3, A^4 を求めよ