クレジット:
Mathematics and Informatics Center 文科系のための線形代数・解析Ⅱ
2020 藤堂 眞治・松尾 泰・藤原 毅夫

陰関数の微分

陰関数のプロット

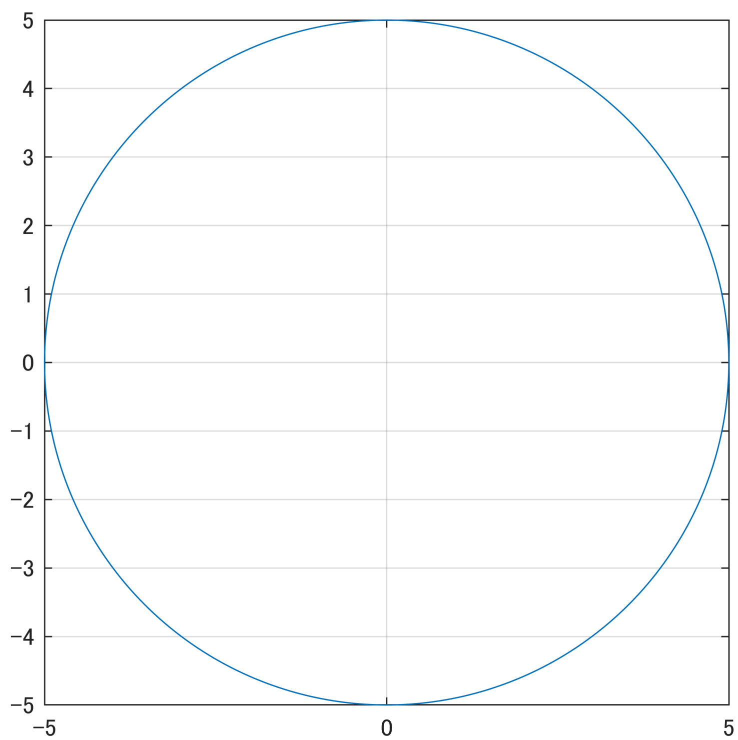
陰関数 $F(x, y) = x^2 + y^2 - 25 = 0$ のプロット

fimplicit コマンドを使う

```
syms x y
F = x^2 + y^2 - 25
```

F = $-25 + y^2 + x^2$

```
fimplicit(F)
daspect([1 1 1])
grid on
```



陽関数としてプロット

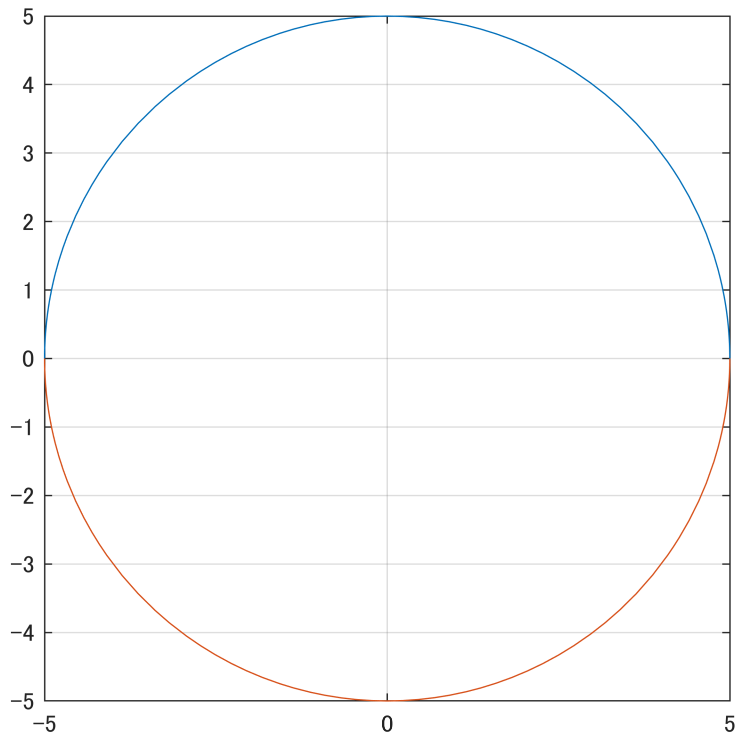
```
g(x) = sqrt(25 - x^2)
```

g(x) = $\sqrt{25 - x^2}$

```
h(x) = -sqrt(25 - x^2)
```

h(x) = $-\sqrt{25 - x^2}$

```
fplot([g h])
daspect([1 1 1])
grid on
```



陰関数の微分

$F(x,y)=x^2+y^2-25=0$ の $(x,y)=(3,-4)$ における $\dfrac{dy}{dx}$ の値

$x^2+y^2-25=0$ の両辺を x で微分すると、 $2x+2y\dfrac{dy}{dx}=0$. よって $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{4}$

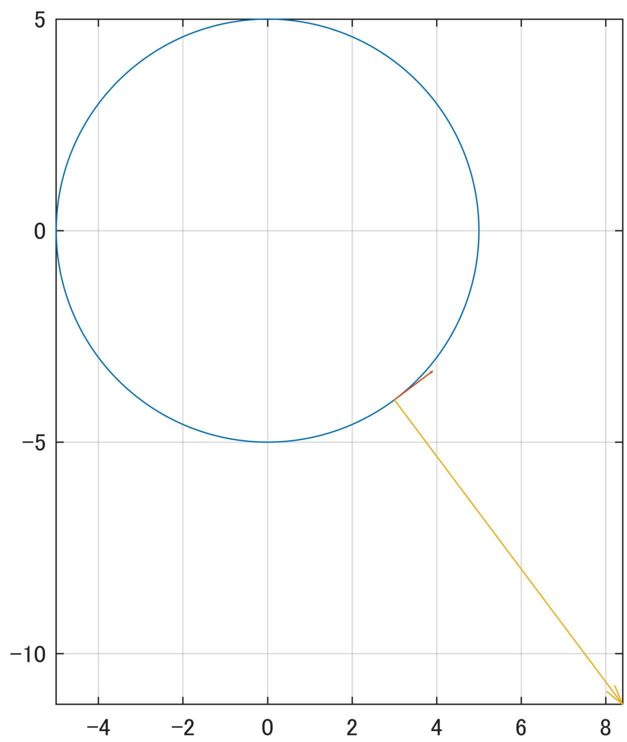
一般に $F(x,y)=0$ を x で微分すると $F_x(x,y)+F_y(x,y)\dfrac{dy}{dx}=0$ から $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{F_x(x,y)}{F_y(x,y)}$

ベクトルの内積を用いて書き直すと $(F_x(x,y),F_y(x,y))\cdot(1,\dfrac{dy}{dx})=0$. すなわち、勾配ベクトル $(F_x(x,y),F_y(x,y))$ は (x,y) における関数 $F(x,y)=0$ の法線ベクトル

```
x0 = 3;
y0 = -4;
syms x y;
F = x^2 + y^2 - 25;
Fx = 2*x0; % F_x(x0,y0)
Fy = 2*y0; % F_y(x0,y0)
dydx = -Fx/Fy
```

```
dydx = 0.7500
```

```
fimplicit(F); hold on
quiver(x0,y0,1,dydx); % 接線ベクトル
quiver(x0,y0,Fx,Fy);  % 法線ベクトル
hold off
daspect([1 1 1])
grid on
```



デカルトの葉形

$$x^3 + y^3 = 3xy$$

- 関数をプロットせよ
- $(x, y) = (1.5, 1.5)$ における微分を計算し、接線を描け
- x が非常に大きい場合の接線の方程式を求めよ

勾配と法線ベクトル

$z = F(x, y) = 1/x - y$ について

- 等高線をプロットせよ
- $(x, y) = (2, 0.5)$ における勾配を求めよ
- 勾配が $y = f(x) = 1/x$ の $x = 2$ における法線ベクトルと平行であることを確認せよ
- 勾配が等高線と直交していることを確認せよ