

クレジット:

Mathematics and Informatics Center 文科系のための線形代数・解析Ⅱ
2020 藤堂 眞治・松尾 泰・藤原 毅夫

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



陰関数の微分

陰関数のプロット

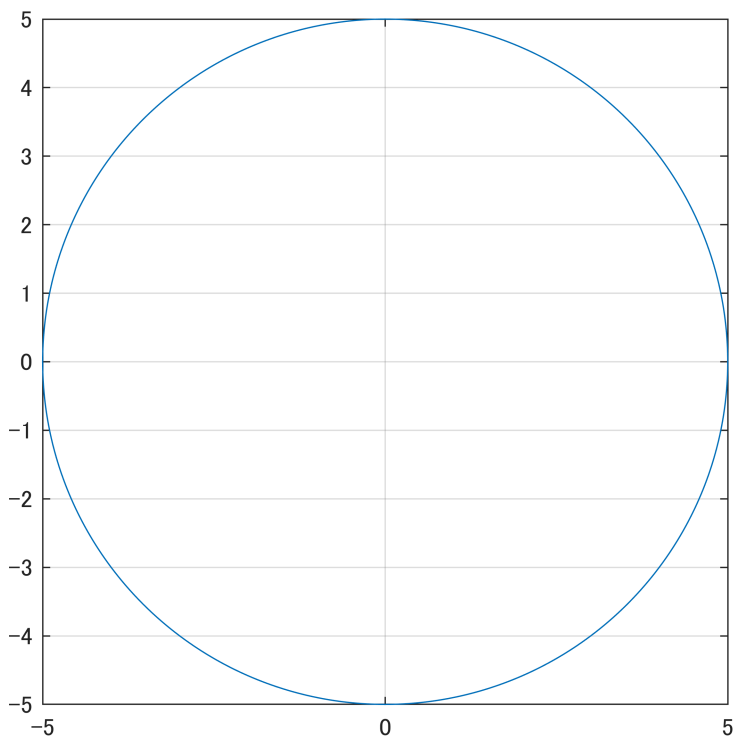
陰関数 $F(x, y) = x^2 + y^2 - 25 = 0$ のプロット

fimplicit コマンドを使う

```
syms x y  
F = x^2 + y^2 - 25
```

```
F = -25 + y^2 + x^2
```

```
fimplicit(F)  
daspect([1 1 1])  
grid on
```



陽関数としてプロット

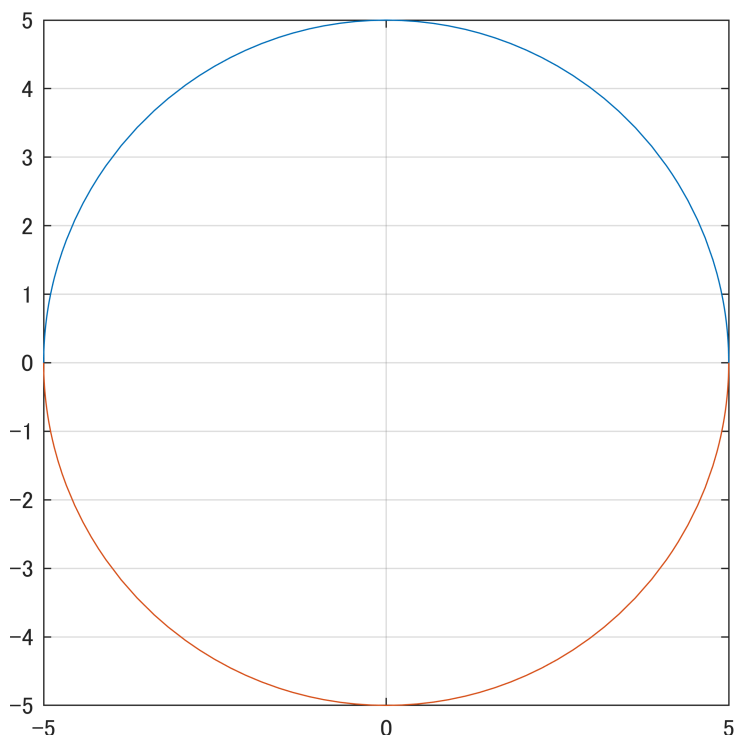
```
g(x) = sqrt(25 - x^2)
```

```
g(x) =  $\sqrt{25 - x^2}$ 
```

```
h(x) = -sqrt(25 - x^2)
```

```
h(x) =  $-\sqrt{25 - x^2}$ 
```

```
fplot([g h])
daspect([1 1 1])
grid on
```



陰関数の微分

$F(x, y) = x^2 + y^2 - 25 = 0$ の $(x, y) = (3, -4)$ における $\frac{dy}{dx}$ の値

$x^2 + y^2 - 25 = 0$ の両辺を x で微分すると、 $2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$. よって $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$

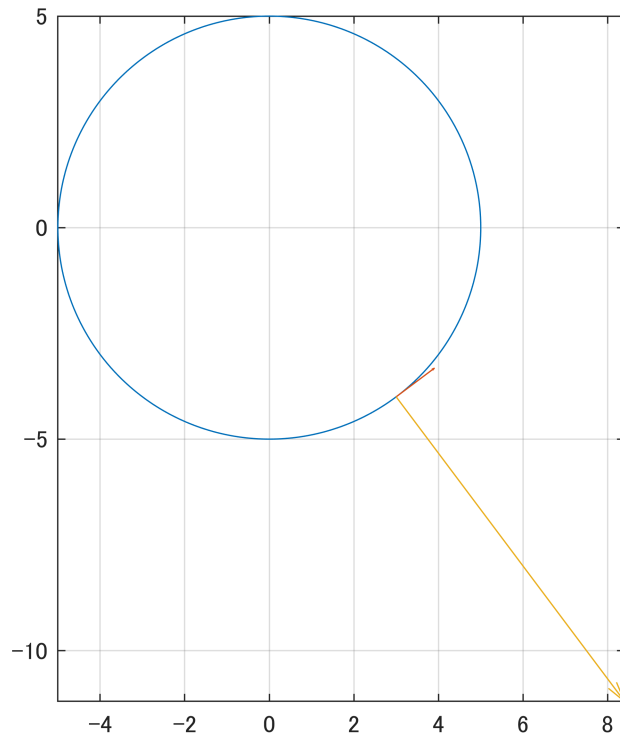
一般に $F(x, y) = 0$ を x で微分すると $F_x(x, y) + F_y(x, y) \frac{dy}{dx} = 0$ から $\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x(x, y)}{F_y(x, y)}$

ベクトルの内積を用いて書き直すと $(F_x(x, y), F_y(x, y)) \cdot (1, \frac{dy}{dx}) = 0$. すなわち、勾配ベクトル $(F_x(x, y), F_y(x, y))$ は (x, y) における関数 $F(x, y) = 0$ の法線ベクトル

```
x0 = 3;
y0 = -4;
syms x y;
F = x^2 + y^2 - 25;
Fx = 2*x0; % F_x(x0,y0)
Fy = 2*y0; % F_y(x0,y0)
dydx = -Fx/Fy
```

dydx = 0.7500

```
fimplicit(F); hold on
quiver(x0,y0,1,dydx); % 接線ベクトル
quiver(x0,y0,Fx,Fy); % 法線ベクトル
hold off
daspect([1 1 1])
grid on
```



デカルトの葉形

$$x^3 + y^3 = 3xy$$

- 関数をプロットせよ
- $(x, y) = (1.5, 1.5)$ における微分を計算し、接線を描け
- x が非常に大きい場合の接線の方程式を求めよ

勾配と法線ベクトル

$z = F(x, y) = 1/x - y$ について

- 等高線をプロットせよ
- $(x, y) = (2, 0.5)$ における勾配を求めよ
- 勾配が $y = f(x) = 1/x$ の $x = 2$ における法線ベクトルと平行であることを確認せよ
- 勾配が等高線と直交していることを確認せよ