

クレジット:

UTokyo Online Education 数理手法Ⅳ2017 楠岡成雄

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限って、特に記載のない限り、クリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下で利用することができます。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



## 数理手法IV 演習問題 2

演習問題 2-1.  $\Omega = \{1, 2, 3\}$  とする。確率変数  $X, Y$  を

$$X(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega = 1, 2, \\ 0, & \omega = 3, \end{cases}$$

$$Y(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega = 1, 3, \\ 0, & \omega = 2, \end{cases}$$

で定義する。 $Y$  は  $\sigma\{X\}$ -可測ではないことを示せ。

演習問題 2-2.  $X, Y$  は確率変数、すなわち  $X, Y$  は共に  $\Omega$  から  $\mathbf{R}$  への写像とする。この時、以下の2つの命題は同値であることを示せ。

- (1) 確率変数  $Y$  は  $\sigma\{X\}$ -可測となる。
- (2) 関数  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  で

$$Y(\omega) = f(X(\omega)), \quad \omega \in \Omega$$

となるものが存在する。

演習問題 2-3.  $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$  とし、 $\Omega$  上の確率を

$$p_\omega = \frac{1}{4}, \quad \omega = 1, 2, 3, 4$$

で与える。また、確率変数  $X_n: \Omega \rightarrow \mathbf{R}, n = 1, 2, 3,$  を

$$X_1(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega = 1, 2, \\ 0, & \omega = 3, 4, \end{cases}$$

$$X_2(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega = 1, 3, \\ 0, & \omega = 2, 4, \end{cases}$$

$$X_3(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega = 1, 4, \\ 0, & \omega = 2, 3, \end{cases}$$

で定める。この時、以下を示せ。

- (1)  $X_1, X_2$  は独立、 $X_1, X_3$  は独立、 $X_2, X_3$  は独立である。
- (2)  $X_1, X_2, X_3$  は独立ではない。

「互いに独立」は「独立」を意味しない。「互いに独立」という表現は使うべきではない。