

クレジット:

UTokyo Online Education 数理手法Ⅳ2017 楠岡成雄

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限って、特に記載のない限り、クリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下で利用することができます。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。



## 数理手法IV 演習問題 1

演習問題 1-1.  $A, B, C$  を集合とする。以下を示せ。

- (1)  $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$ .
- (2)  $A \subset A \cup B, A \cap B \subset A$ .
- (3)  $A \subset C$  かつ  $B \subset C$  ならば  $A \cup B \subset C$ .
- (4)  $C \subset B$  かつ  $C \subset A$  ならば  $C \subset A \cap B$ .
- (5)  $A \cup A \subset A, A \cap A = A$ .
- (6)  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ .
- (7)  $A \cup \emptyset = A, A \cap \emptyset = \emptyset$ .

演習問題 1-2.  $A, B, C$  を集合とする。以下を示せ。

- (1)  $(A \setminus B) \cup B = A \cup B, (A \setminus B) \cap B = \emptyset$ .
- (2)  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .
- (3)  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ .
- (4)  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ .
- (5)  $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$ .
- (6)  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$ .
- (7)  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$ .

演習問題 1-3. (逆像はすべてを保存する)

$A, B$  を空でない集合、 $f: A \rightarrow B$  を写像とする。以下を示せ。

- (1)  $f^{-1}(\emptyset) = \emptyset, f^{-1}(B) = A$ .
- (2)  $C, D$  は  $B$  の部分集合、すなわち、 $C, D$  は集合で、 $C \subset B, D \subset B$  とする。この時、  
 $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D),$   
 $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D),$   
 $f^{-1}(C \setminus D) = f^{-1}(C) \setminus f^{-1}(D)$   
が成立する。

演習問題 1-4.  $A, B$  を空でない集合、 $f: A \rightarrow B$  を写像とする。以下の命題は成立するか否か。成立するならば証明せよ。成立しないならば反例を上げよ。

- (1)  $f(\emptyset) = \emptyset$ .
- (2)  $f(A) = B$ .
- (3)  $A$  の部分集合  $C, D$  に対して  $f(C \cup D) = f(C) \cup f(D)$ .
- (4)  $A$  の部分集合  $C, D$  に対して  $f(C \cap D) = f(C) \cap f(D)$ .
- (5)  $A$  の部分集合  $C, D$  に対して  $f(C \setminus D) = f(C) \setminus f(D)$ .